

## Tarea 5.

1. Cálculo del efecto Stark lineal para los estados  $n = 2$  en hidrógeno. Para este cálculo primero construiremos funciones de onda para los estados casi degenerados (separados por el corrimiento Lamb  $\Delta$ )  $2s_{1/2}$  y  $2p_{1/2}$ .

a) Escribir las eigenfunciones de momento angular con  $j = 1/2$  y proyección  $m_j = 1/2$  de manera simbólica como

$$\begin{aligned}\psi_{2s_{1/2},1/2} &= u_{2s,0}\alpha \\ \psi_{2p_{1/2},1/2} &= c_1 u_{2p,1}\beta + c_2 u_{2p,0}\alpha\end{aligned}$$

Para obtener los coeficientes  $c_1$  y  $c_2$  aplicamos el operador  $j_+ = \ell_+ + s_+$  a la segunda función. El resultado de operar en el miembro izquierdo debe ser cero (¿Por qué?). Demostrar que si se aplica el operador al miembro derecho se obtiene

$$0 = (\ell_+ + s_+)(c_1 u_{2p,1}\beta + c_2 u_{2p,0}\alpha) = (c_1 + \sqrt{2}c_2)u_{2p,1}\alpha$$

De esta relación y la condición de normalización  $c_1^2 + c_2^2 = 1$  obtener  $c_1$  y  $c_2$ .

b) Escribir las funciones de onda espaciales  $u_{2s}$  y  $u_{2p}$  en términos de las funciones radiales  $R_{n\ell}$  y de los armónicos esféricos  $Y_{\ell m \ell}(\theta, \phi)$ . Calcular los elementos de matriz del término adicional de Stark en la base del inciso (a). Sumar a la diagonal las energías  $E_{2s}$  y  $E_{2p}$  que se obtienen a campo cero (corrimiento Lamb  $\Delta_L$ ). Se debe de obtener la matriz de las notas.

d) Diagonalizar la matriz que se obtuvo en (b). Obtener sus eigenvalores y eigenfunciones. Hacer un diagrama de los niveles de energía en función del campo eléctrico externo.

e) Comprobar que la solución obtenida tiene el comportamiento esperado en los límites  $\mathcal{E} \rightarrow 0$  y  $\mathcal{E} \rightarrow \infty$ , donde  $\mathcal{E}$  es el campo eléctrico externo.

2. Calcular los factores  $g_J$  de Landé de los estados base de los siguientes átomos: níquel ( $3d^8 4s^2$ ), molibdeno ( $4d^5 5s$ ) y gadolinio ( $4f^7 5d 6s^2$ ). Hacer un diagrama del comportamiento de los niveles de energía en función del campo magnético externo para campos pequeños.