

Tarea 12.

1. El antimonio de indio (InSb) tiene una brecha $E_g = 0.23$ eV, una constante dieléctrica de $\epsilon = 18$ y una masa electrónica efectiva $m = 0.015m_0$. Calcular a) La energía de ionización de donores; b) el radio de la órbita en el estado base. c) ¿A qué concentración mínima de donores se tendrá un traslape apreciable entre las órbitas de impurezas contiguas?

2. El comportamiento de la brecha de la aleación semiconductora $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ se puede aproximar bastante bien por

$$E_g(x) = 1.42 + 1.087x + 0.438x^2 \quad (1)$$

La brecha es directa para $x \leq 0.43$. Calcular a) la aleación para obtener un semiconductor que emita a 780 nm y b) el intervalo de longitudes de onda que pueden ser cubiertas de manera eficiente (brecha directa) por esta familia de aleaciones semiconductoras.

3. La relación de dispersión para ondas en una cadena lineal de dos átomos que obtuvimos en clase es:

$$\omega^2 = \kappa \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right) \pm \kappa \left[\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right)^2 - \frac{4\text{sen}^2(ka/2)}{Mm} \right]^{1/2}$$

(a) Demostrar que en el límite de longitud de onda grande los dos valores de ω pueden ser aproximados por:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= 2\kappa \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right) \\ \omega^2 &= \frac{\kappa}{2(M+m)} (ka)^2 \end{aligned}$$

(b) Demostrar que para $k = \pi/a$ los dos valores de ω son

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{2\kappa}{M} \\ \omega^2 &= \frac{2\kappa}{m} \end{aligned}$$

(c) ¿Cómo son las amplitudes de oscilación relativas de los átomos en los casos (a) y (b)?

4. La frecuencia de máxima absorción en el infrarrojo para NaCl es de aproximadamente $61 \mu m$ (en el infrarrojo lejano). Con este valor estimar el valor de la constante elástica de la red. Calcular las frecuencias de corte para las ramas acústica y óptica.
5. Demostrar que el operador $\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$ se puede escribir como

$$\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = \frac{1}{2}[S_{1+}S_{2-} + S_{1-}S_{2+}] + S_{1z}S_{2z} \quad (2)$$