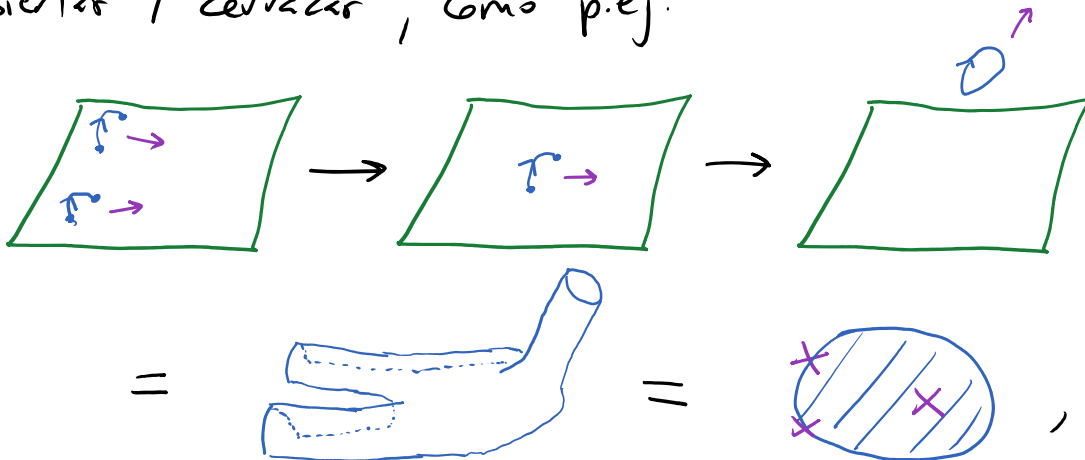


$$- \gamma_{P_2 M_1} \gamma^{M_2 P_1} \gamma^{Q_2 N_1} \gamma^{N_2 Q_1} \left. t_{M_1 M_2 N_1 N_2} t_{P_1 P_2 Q_1 Q_2} \right\},$$

$$\text{donde } t_{MNPQ} \equiv (2\pi l_c^2) \partial_M \partial_N F_{PQ} + (2\pi \alpha_c^2)^2 \gamma^{ST} \partial_M F_{PS} \partial_N F_{QT} \\ - (2\pi \alpha_c^2)^2 \gamma^{ST} \partial_M F_{QS} \partial_N F_{PT}$$

[ver p.ej. hep-th/0606255 y hep-th/0008125],

A partir de amplitudes de dispersión con cuerdas abiertas y cerradas, como p.ej.



podemos determinar también la manera en que los D-branos se acoplan a los modos de supergravedad (y demás modos de cuerdas cerradas). P.ej., la acción DBI se generaliza a

incluir $g_c^{-1} = e^{-\varphi}$ aquí
 0 acá \downarrow métrica en el mundo de cuerdas

$$S_{DBI} + S_{WZ} \equiv -T_{Dp} \int d^{p+1} \sigma e^{-\varphi} \sqrt{-\det \left[\partial_\alpha X^M \partial_\beta X^N \left(\underset{MN}{g} + \underset{MN}{B} \right) + (2\pi\alpha' l_c^2) F_{\alpha\beta} \right]}$$

\uparrow 'Nambu-Goto'
 ó S_{CS} 'Chern-Simons'

$$+ T_{Dp} \int d^p \sigma \sum_{p' \leq p} C_{(p')} \wedge e^{\underset{(2)}{B} + 2\pi\alpha' l_c^2 \underset{(2)}{F}}$$

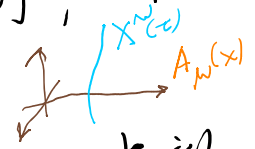
$\equiv \partial_\alpha X^{M_1} \dots \partial_\alpha X^{M_{p+1}} C_{M_1 \dots M_{p+1}} \equiv \partial_\alpha X^M \partial_\beta X^N B_{MN}$

C y B \rightarrow
 son retracciones
 (pullbacks) del
 espaciotiempo
 al volumen de
mundo de la
 Dp-brana

$$T_{Dp} \int d^p \sigma \left[C_{(p+1)} + C_{(p-1)} \wedge \left(B_{(2)} + (2\pi\alpha' l_c^2) F_{(2)} \right) + \dots \right]$$

+ fermiones.

(El hecho de que en todos lados $B_{(2)}$ y $F_{(2)}$ aparezcan solo en la combinación $F_{\alpha\beta} \equiv B_{\alpha\beta} + (2\pi\alpha' l_c^2) F_{\alpha\beta}$ se debe a que, en presencia de la Dp, la transformación de norma $B_{MN} \rightarrow B_{MN} + \partial_{[M} \Lambda_{N]}$ necesariamente se acompaña de $F_{\alpha\beta} \rightarrow F_{\alpha\beta} - \frac{1}{2\pi\alpha' l_c^2} \partial_\alpha X^M \partial_\beta X^N \partial_{[M} \Lambda_{N]}$, así que solo $\tilde{F}_{\alpha\beta}$ es invariante de norma.)



L13: 29/09/16

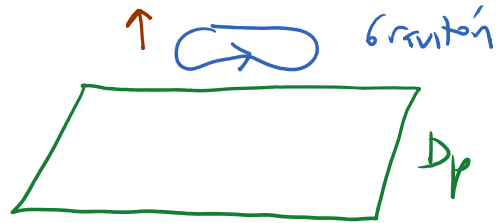
Recordando que una partícula (o-brana) se acopla a un potencial electromagnético a través de $\int d\tau A_\tau(X(\tau)) = \int d\tau d\sigma A_\mu \partial_\sigma X^\mu$,



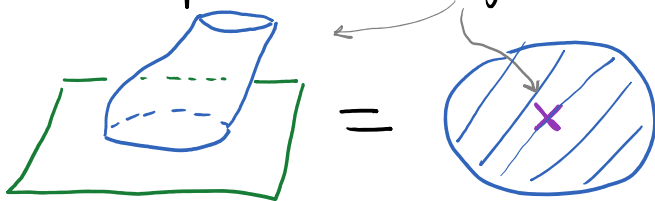
veremos que el término $T_{Dp} \int d^{p+1}\sigma C_{(p+1)}$ es la generalización p -dimensional. Nos dice que una Dp -brana tiene cargas RR, y su densidad de carga es igual a su tensión T_{Dp} (lo cual va de la mano de que es BPS). En la teoría IIB, existen entonces Dp s con $p = -1, 1, 3, 5, 7, 9$. Los otros términos en S_{wz} indican que si entendemos $F_{np} \neq 0$, la Dp además porta cargas de $D(p-2)$ y/o $D(p-4)$ y/o etc.

En S_{DBI} vemos que, naturalmente, la tensión T_{Dp} controla la manera en que la Dp -brana se acopla a la métrica, y en particular, su amplitud de probabilidad para emitir gravitones.

Similarmente, la densidad de carga determina la amplitud de probabilidad de que la Dp emita "fotones" RR.



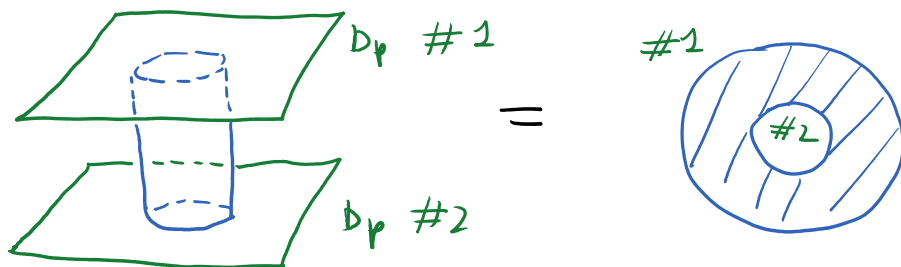
El valor de T_{Dp} se puede inferir entonces del cálculo de la amplitud de 1 gravitón



análogo a un diagrama de "resacaño" en campos:

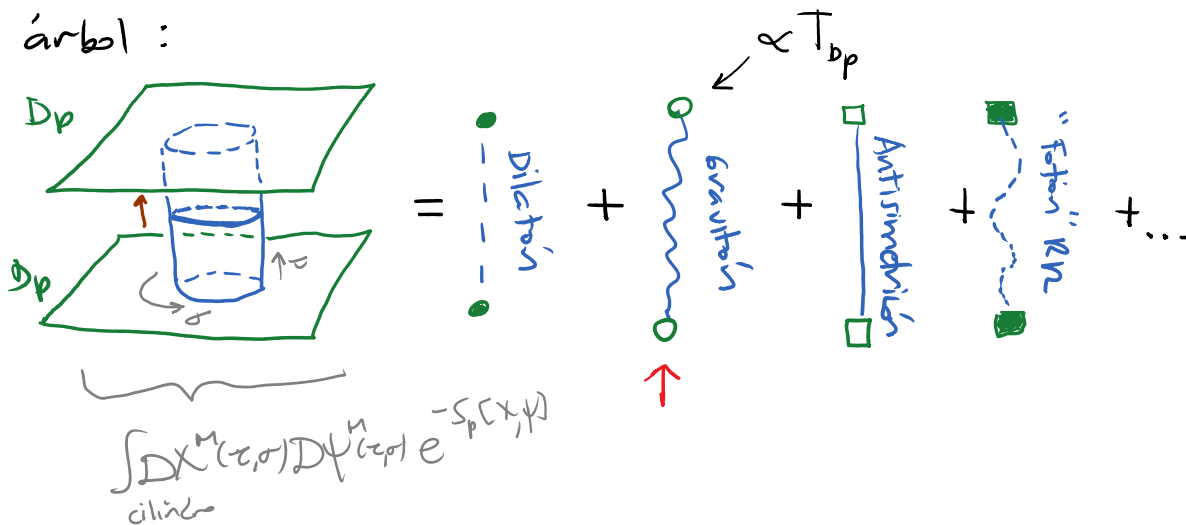
A small diagram showing a black dot connected to a horizontal line, representing a vertex in a field theory diagram.

pero de hecho resulta más fácil de deducir a partir de la amplitud de 0 puntos en el anillo / cilindro, que representa la interacción entre 2 Dp-branas:



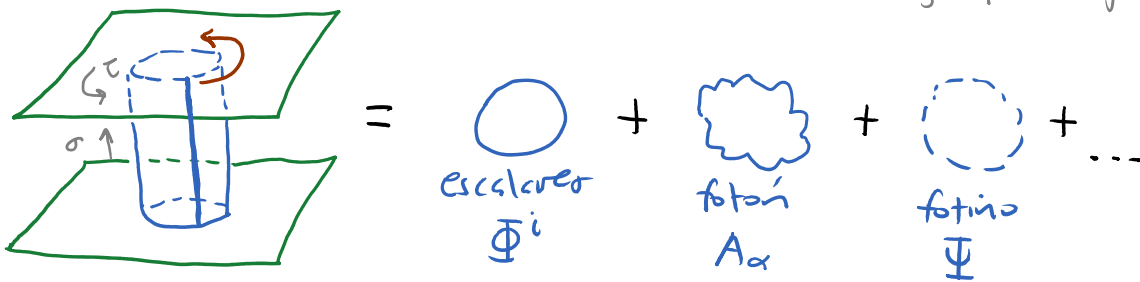
Es interesante, e importante para el tema de la correspondencia norma/gravedad, que este cálculo puede interpretarse de 2 maneras alternativas. Por una parte, justo como hemos dicho, podemos pensar que estamos calculando la amplitud de que las 2 Dp-branas interactúen a través del **intercambio de una cuerda**

cerrada, de tal modo que tenemos un diagrama a nivel árbol:



Pero por otro lado, podemos interpretar este mismo proceso como un lazo de cuerda abierta, es decir, como la aparición de 1 cuerda abierta que se extiende de una D_p a la otra y su correspondiente 'anticuerda', seguida de la aniquilación del par:

↑ cuerda en orientación opuesta
 \Rightarrow carga opuesta bajo B_{MN}



(La amplitud total resulta ser nula, por una cancelación entre lazos de bosones y fermiones en la descripción de cuerda abierta, o entre la atracción gravitacional (y dilatónica) y la repulsión "eléctrica" RR en la descripción de cuerda cerrada.)

Tenemos aquí entonces un primer ejemplo del hecho de que las cuerdas abiertas y cerradas pueden dar descripciones alternativas de la misma física, propiedad conocida como "dualidad de cuerdas abiertas/cerradas".

↳ 15: 10/11/20

En la descripción de lazo de cuerda abierta, la normalización del diagrama está completamente determinada, y la

Comparación con la descripción de cuerda cerrada le permitió

Polchinski deducir (en 1995) que

$$T_{Dp} = \frac{1}{(2\pi)^p \alpha_c^{p+1}}$$

← D-branes es objeto No perturbativo
con tensiones idénticas a R_p-branes p.165

· (más ligero que NS5: $T_{NS5} \propto \frac{1}{\alpha_c^2}$)

Otra propiedad importante de las D-branas, que ya se
asomó en nuestra discusión reciente, es el hecho de que,
cuando más de una D-brana está presente, las excitaciones
del sistema incluyen cuerdas abiertas que se extienden
entre distintas D-branas. En particular, en presencia de

N D_p-branas paralelas, además de

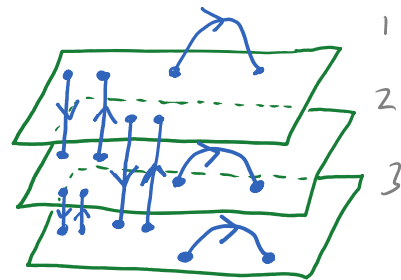
las cuerdas que conectan a cada
D-brana consigo mismas, debemos

considerar a las que se extienden entre

diferentes D-branas, en cualquiera de las 2 orientaciones

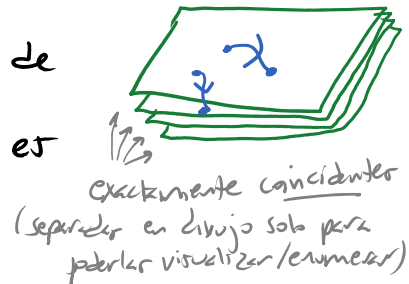
posibles. Tenemos entonces un total de N² tipos de
cuerdas abiertas, que denotaremos IJ, cada uno con

$$\begin{cases} \text{extremo inicial en D-brana número } I \\ \text{extremo final en D-brana número } J \end{cases} \quad 1 \leq I, J \leq N.$$



Al cuantizar, por cada estado de vibración que antes teníamos por la cuerda abierta asociada a una sola D-brana, ahora obtenemos N^2 estados, y los campos correspondientes naturalmente son matrices $N \times N$.

Cuando todos los Dp-branas se encuentran exactamente en el mismo sitio, la longitud mínima de todos los N^2 tipos de cuerdas abiertas es igual a cero, así que los estados



$$|p_\alpha; \text{osciladores excitados}; I, J\rangle \quad p^2 = -m^2$$

↖ momento del centro de masa a lo largo de x^α

están todos en el mismo pie, y resultan intercambiables entre sí.

En particular, los estados no masivos están asociados a los campos matriciales

$$\Phi_{IJ}^i(x^\alpha), \quad A_{IJ}^\tau(x^\tau), \quad \Psi_{IJ}(x^\tau).$$

Sabremos que $\Phi_{II}^i(x^\alpha)$ describen la posición de la I-ésima D-brana en las direcciones transversales x^i ;

pero vemos que un sistema de N D $_p$ -branas requiere $N^2 \times (9-p)$ coordenadas para ser descrito, en lugar de solo $N \times (9-p)$. (Esto es cierto incluso para $p=0$, que existe en IIA.)

Así que una D0-brana no es una partícula convencional: 

Más interesante aún es el hecho de que el campo de norma es ahora una matriz $N \times N$, lo cual nos hace pensar que el grupo de norma será no abeliano.

En efecto, se puede ver que las amplitudes de dispersión son invariantes bajo transformaciones $U(N)$ que mezclan a las N D-branas entre sí, y por tanto actúan de acuerdo con

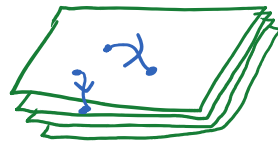
$$|p_a; \text{oscilador}; IJ\rangle \rightarrow U_{I'I} U_{JJ'}^{-1} |p_{a'}; \text{oscilador}; I'J'\rangle$$

↖ suma sobre I, J ↗

sobre los estados y

$$\phi_{IJ} \rightarrow U_{I'I} \phi_{I'J'} U_{JJ'}^{-1}$$

rep adjunta de $U(N)$



sobre los campos. Más aún, gracias a la existencia del campo de norma A_{IJ}^T , estas transformaciones se pueden hacer de manera distinta en cada punto x^μ . Concluimos

entonces que la dinámica de una pila de N D_p -branas se describe por una teoría de normas con grupo $U(N)$.

A bajas energías, la acción efectiva para los campos sin masa involucra una versión no abeliana de la acción de Born-Infeld, que para $p=9$ tiene la forma

$$S_{\text{DBI/NA}} = -T_{D9} \int d^{10}x \text{Tr} S \left[e^{-\phi} \sqrt{-\det(g_{\alpha\beta} + B_{\alpha\beta} + 2\pi\alpha' F_{\alpha\beta})} \right]$$

retracciones usando

$$D_\alpha X^i = \partial_\alpha X^i + i[A_\alpha, X^i]$$

y campos $g_{MN}(X), B_{MN}(X), \phi(X)$

matriz

Traza sobre índices $U(N)$,

considerando solo productos simétricos de F 's y DX 's (dejando fuera así términos con derivadas covariantes de F , que incluyen conmutadores) [Tseytlin, hep-th/9701125].

La forma correspondiente para $p < 9$ puede derivarse a través de la antes mencionada dualidad T, que convierte D_p 's

en $D_{(p \pm 2)}$'s. Se encuentra que en $S_{\text{DBI/NA}}$ para $p < 9$ aparecen términos con conmutadores $[X^i, X^j] \propto [\Phi^i, \Phi^j]$ [Myers, hep-th/9910053].

Un procedimiento similar para S_{WZNA} produce acoplamientos de Dp-branas con $C_{(p+2)}$, $C_{(p+5)}$, etc. Es decir, una colección de Dp's puede portar carga de $D(p+2)$, $D(p+4)$, etc. Este es el llamado 'efecto dieléctrico' [Myers]:

$$i \quad \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \approx \square \quad !$$

$D(p-2)$ D_p

Hasta aquí discutimos solo la parte básica de la acción. La extensión supersimétrica para el caso abeliano ha sido analizada en un foro plano en [Aharony, Popescu, Schwarz, hep-th/9610249, 9612080] y para un foro general en [Cederwall, von Gussich, Nilsson, Westerberg, 9610148, 11 + Sundell, 9611159].

Para el caso no abeliano, ver

[Collinucci, de Roo, Eennink, hep-th/0205150
Bergshoeff, de Roo, Sevrin, 0011264].

Para intensidades de campo $F_{\alpha\beta}$ (y $D_\alpha \Phi^i$) pequeñas en unidades de $1/2\pi l_c^2$, basta retener solo los términos de orden F^2 en la expansión de $S_{\text{DBI/NA}}$,

$$S_{\text{DBI/NA}} \simeq \underbrace{N T_{Dp} V_p}_{\text{branos sin excitar}} + \frac{1}{2g_{\text{YM}}^2} \int d^{p+1}x \text{Tr} \left\{ F^2 + (D\Phi)^2 + [\Phi, \Phi]^2 + \dots \right\}$$

así que la acción efectiva para N D_p -branos a ultrabajo energía resulta ser super-Yang-Mills $N=2^{\frac{7-p}{2}}$ en $p+1$ dimensiones, con grupo de gauge $U(N)$ y

$$g_{\text{YM}}^2 = (2\pi)^{p-2} g_c l_c^{p-3} \quad \left(\begin{array}{l} \# \text{ de colores} = \# \text{ de D-branos! } \\ \text{(Este contacto en teorías de gauge se usa en fenomenología de cuerdas para intentar obtener el ME!)} \end{array} \right)$$

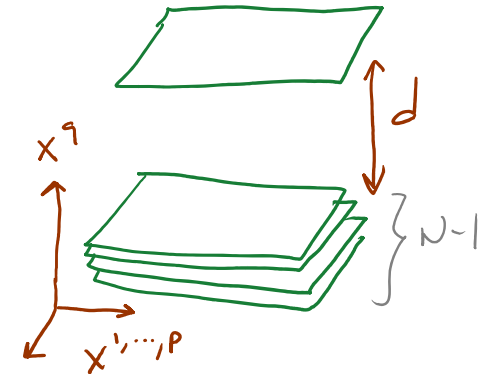
se usa en fenomenología de cuerdas para intentar obtener el ME!

Como dijimos en la p.100, el potencial $V(\Phi) = \text{Tr} [\Phi, \Phi]^2$ permite tener un valor esperado para Φ^i en el vacío, p.ej.

$$\langle \Phi^i \rangle = d \delta_q^i \text{diag}(\underbrace{0, 0, 0, \dots, 0}_{N-1}, 1), \text{ que rompe}$$

$$U(N) \rightarrow U(N-1) \times U(1).$$

Sabemos que en el lenguaje de D-branos esto significa separar a la N -ésima D_p de las otras $N-1$, una distancia d a lo largo de x^q .



↖ interés en $(\Phi\Phi)^\dagger \subset S_{\text{sym}}$

Por el acoplamiento $\text{Tr}[\Phi, A]^2$, este valor esperado para Φ_{NN}^9 da masa $\propto d$ a $N-1$ de los N^2 componentes matriciales del campo de norma, A_{NI}^α , $I=1, \dots, N-1$.

(Y los otros acoplamientos en SYM $\mathcal{N}=2^{\frac{7-p}{2}}$ implican que similarmente Φ_{NI}^i y Ψ_{NI} adquieren masa $\propto d$.)

Esto es el mecanismo de Higgs: los A_{NI}^α son como bosones W .

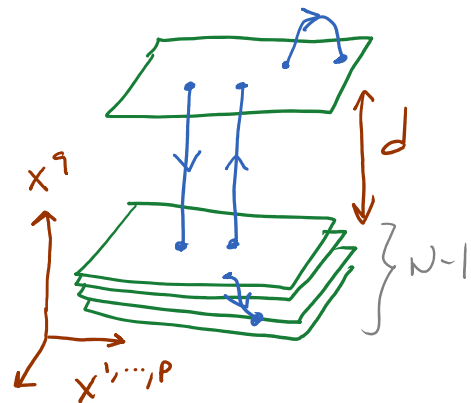
Lo interesante es que en el lenguaje de D-branas, este efecto tiene una interpretación

geométrica muy clara: los componentes A_{NI}^α , Φ_{NI}^i , Ψ_{NI}

en $I \neq N$ adquieren masa $\propto d$ por la sencilla razón de

que provienen de cuerdas fundamentales que van de la D-brana número N a cualquiera de las otras $N-1$, y por tanto tienen una energía mínima $d/2\pi\ell_c^2$

debido a su longitud d ! [Witten, hep-th/9510135].



Ahora que entendemos bien tanto a las R_p -branas negras como a las D_p -branas, podemos compararlas.

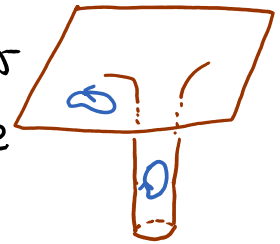
Vimos que la R_p -brana negra extrema (que posee la masa mínima posible para la carga dada) tiene (p.166)

$$\text{masa } M = \frac{N V_p}{(2\pi)^p g_c^{p+1} l_c^{p+1}} \quad \text{y carga } Q = N$$

bajo el campo de norma Ramond-Ramond $C_{n_1 \dots n_{p+1}}$.

Una pila de N D_p -branas sin excitar tiene exactamente la misma masa y carga [Polchinski, hep-th/9510017], y ambos sistemas tienen justo las mismas (super)simetrías. Esto sugiere que la R -brana negra no es otra cosa que los campos de supergravedad (gravitacional, RR, dilatónico) macroscópicos generados por dicha pila de D -branas.

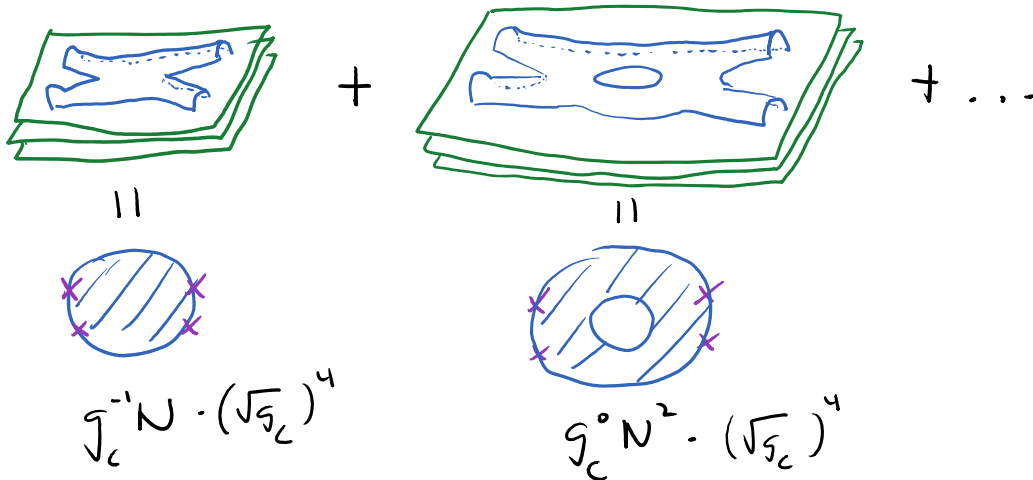
Para ser más precisos, sabemos que el radio de curvatura característico de la R_p -brana negra es $L^{7-p} = c_p g_c N l_c^{7-p}$, por lo que esta solución de subna es confiable solo si $g_c N \gg 1$ (y si la



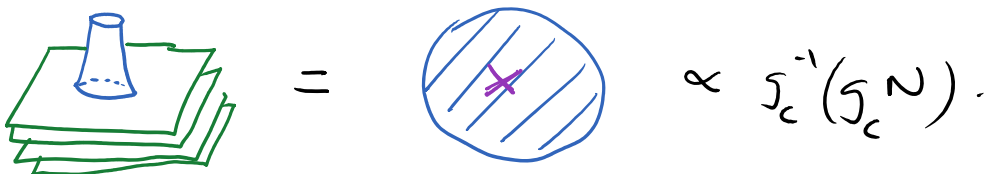
constante de acoplamiento $g_c e^{\phi} \ll 1$). este ϕ NO incluye valor asintótico $\phi_{\infty} \equiv \ln g_c$

Por otro lado, $g_c N$ es precisamente el parámetro $\propto \frac{g^2 N}{l_{\text{pl}}^2}$ constante de 't Hooft

que controla la expansión perturbativa de las cuerdas abiertas que describen excitaciones de la pila de D-branas:



Cada nuevo agujero en la hoja de mundo (línea de mundo de extremo - 'antiextremo') contribuye un factor de $g_c = (\sqrt{g_c})^2$ (por número de Euler de la nueva topología) y de N (porque puede estar situada sobre cualquiera de las N D-branas). Y el mismo factor $g_c N$ controla la emisión de gravitones por parte de la pila de D-branas,

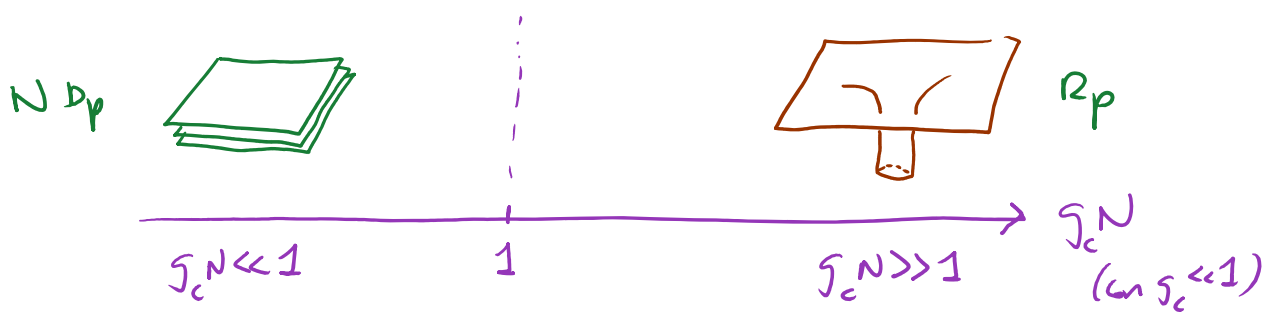


Podemos entonces entender a esta pila como viviendo en un fondo plano y describir a sus excitaciones en una expansión perturbativa de cuerdas abiertas solo en la

medida en que $g_c N \ll 1$.

La conclusión parece ser por tanto que la R_p -brane negra extremal y la pila de N D_p -branes en Minkowski son 2 descripciones alternativas del mismo sistema

físico, válidas en regímenes mutuamente excluyentes:



Se tiene una situación análoga para la cuerda negra (NS1-brane) y una pila de N cuerdas fundamentales (F1s).

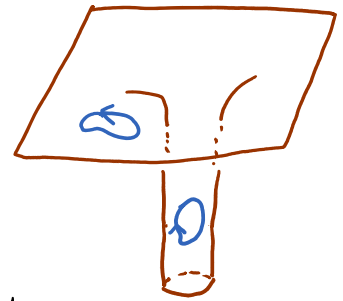
Ambos regímenes se pueden poner a prueba comparando la entropía (en el caso no extremal) cerca del punto de transición entre las 2 descripciones, que resulta ser del orden de magnitud correcto. Esto es el contenido del llamado principio de correspondencia [Horowitz, Polchinski, hep-th/9612146].

Hasta aquí, la relación que se tiene no es una dualidad, puesto que las 2 descripciones son válidas en regímenes distintos. Es decir, lo que tenemos es

mente es en realidad un solo sistema/teoría, N D-branos inmersos en el fondo de SUBRA que ellos mismos generan, y diferentes aspectos se vuelven relevantes dependiendo del valor de $g_c N$.

Como veremos más adelante, algunos consideran que la correspondencia holográfica (que sí es una dualidad) procede directamente de esta "no dualidad" a nivel de cuerdas. Pero esto ciertamente No es lo que argumentó Maldacena.

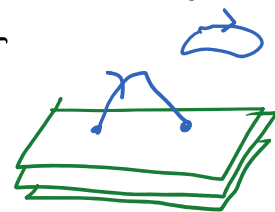
El punto es que, si bien la forma explícita de la solución de R_p -branos negra, y la descripción de sus excitaciones a través de cuerdas cerradas, está bajo control



a nivel de cálculos perturbativos solo cuando $g_c N \gg 1$,

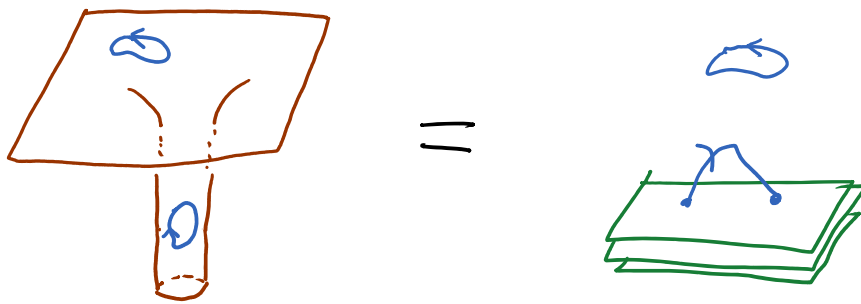
es posible imaginar una extensión de esta misma descripción de cuerdas cerradas al régimen no perturbativo $g_c N \lesssim 1$.

Similarmente, si bien la pila de N D $_p$ -branos en el fondo plano y las cuerdas abiertas y cerradas que representan sus excitaciones



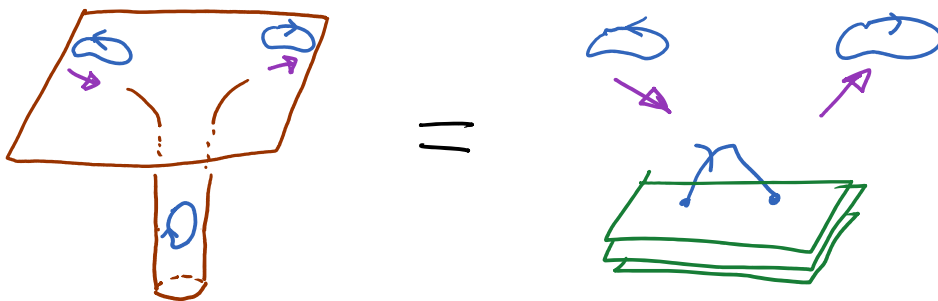
están bajo control a nivel de cálculos perturbativos solo cuando $g_c N \ll 1$, es posible imaginar una extensión de esta misma descripción de cuerdas abiertas y cerradas al régimen no perturbativo $g_c N \gtrsim 1$.

Desde esta perspectiva, SÍ tendríamos entonces una dualidad a nivel de cuerdas, puesto que ambas descripciones serían válidas simultáneamente:

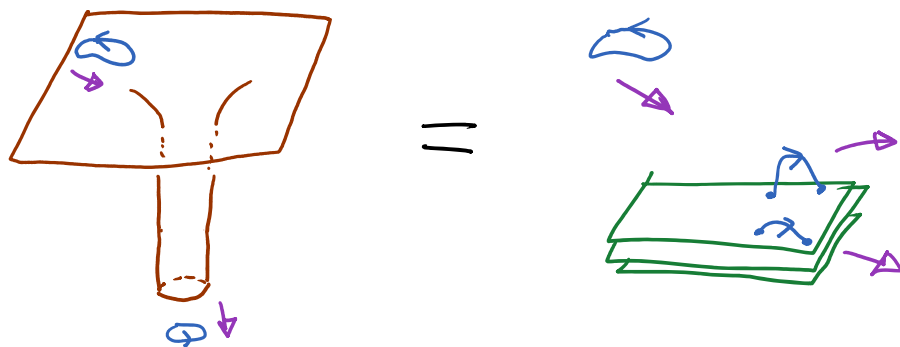


¿Cuerdas abiertas? \longleftrightarrow ¿Espaciotiempo curvo?

En favor de la existencia de esta dualidad, se mostró que ambas descripciones conducen al mismo resultado para las amplitudes de dispersión de cuerdas cerradas a bajas energías,

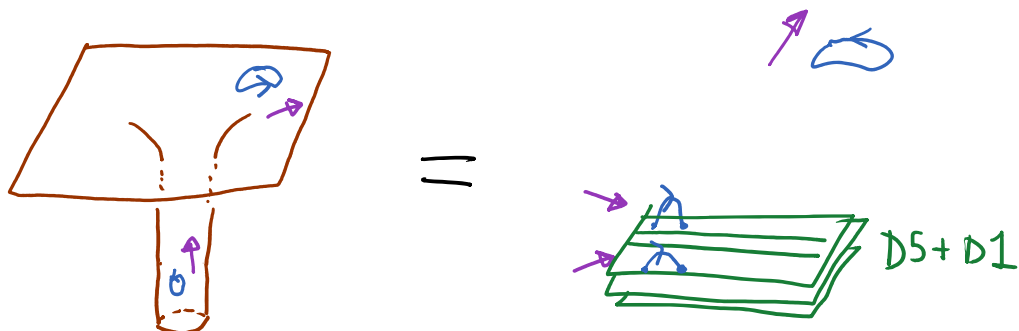


[Klebanov, Thorne ; Gubser, Hashimoto, Klebanov, Maldacena; Garousi, Myers ; etc. ; ver p.ej. el artículo de revisión de Klebanov y Hashimoto, hep-th/9611214],
 y (en el caso $p=3$), por la amplitud de absorción de cuerdas cerradas,



[Klebanov, hep-th/9702076 ; etc.]

Apunte en la misma dirección el hecho de que un sistema de D-branas es capaz de reproducir la tasa de radiación de Hawking de la brana negra correspondiente, incluyendo el llamado 'factor de cuerpo gris' debido a la curvatura del espaciotiempo, ~ filtro dependiente de frecuencia ω



[Maldacena, Strominger, hep-th/9609026]

Esta habilidad de las cuerdas abiertas para reproducir geometría curva es otra manifestación de la dualidad de cuerdas abiertas/cerradas que ya habíamos mencionado al hablar de la tensión de las D-branas (p. 185).

La existencia de esta dualidad entre R_p -branas negras y D_p -branas fue tomada por Maldacena como punto de partida para la deducción de SU correspondencia.

[14: 04/10/16]

El primer paso es enfocarse en el caso $p=3$, que tiene la propiedad especial de que en la R_3 -brana el dilatación es constante (recordar que $e^{\phi} = g_c H(r)^{(3-p)/4}$), por lo que la solución de SuperA tiene excitador solo a la métrica y la intensidad de campo $G_{MNPQR} = * G_{MNPQR}$:

$$ds^2 = H(r)^{-1/2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + H(r)^{1/2} (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

$$C_{0123} = g_c^{-1} (1 - H^{-1}(r))$$

$$\Rightarrow G_{r0123} = g_c^{-1} H^{-2}(r) H'(r), \quad G_{\theta_1 \dots \theta_5} = g_c^{-1} r^5 H'(r) \nu(\Omega_5)$$

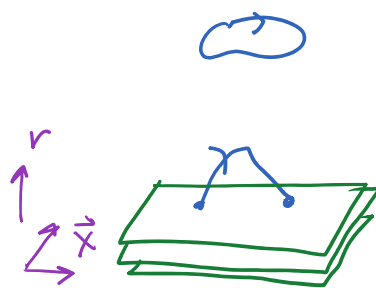
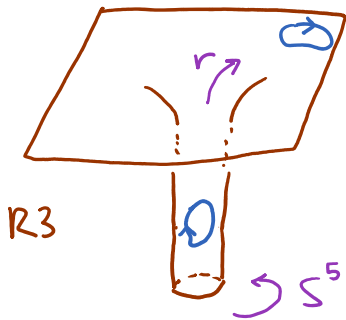
$$\pi^3 = \nu_{\Omega_5} = \int d\theta_1 \dots d\theta_5 \sin^4 \theta_1 \sin^3 \theta_2 \sin^2 \theta_3 \sin \theta_4$$

$$\text{con } H(r) = 1 + \left(\frac{L}{r}\right)^4, \quad L^4 = 4\pi N g_c l_c^4,$$

Para que sea confiable, basta por tanto con que $g_c N \gg 1$ (curvatura pequeña, $L \gg l_c$) y $g_c \ll 1$ (averdar débilmente acoplados).

(Para $p \neq 3$ $g_c e^{(p-1)} \ll 1$ impediría una restricción sobre r .)

Empezamos entonces suprimiendo la equivalencia



Espacio Minkowski + N D3
 moralmente, \leftrightarrow región plana \leftrightarrow garganta

(Bajo control cuantitativo si $g_c \ll 1, g_c N \gg 1$)

(Bajo control cuantitativo si $g_c \ll 1, g_c N \ll 1$)

El segundo paso es considerar a este sistema a ultra-bajas energías:

$$E \ll \frac{1}{l_c}, \frac{1}{L}$$

Dado que $L = (4\pi g_c N)^{1/4} l_c$, sabemos que

$$\frac{1}{L} \ll \frac{1}{l_c} \quad \text{si} \quad g_c N \gg 1$$