CORRESPONDENCIA HOLOGRÁFICA

En 1997, Juan Maldacena descubrió (utilizando ingredientes de la teoría de cuerdas) un MUY sorprendente enunciado de equivalencia:

Teorías Cuánticas de Campos en d dimensiones	=	Teorías de Gravedad Cuántica en D>d dim

Este tipo de igualdad se conoce como correspondencia o dualidad holográfica, AdS/CFT, norma-gravedad, norma-cuerdas, bulto/frontera o de Maldacena.

Esta idea involucra el concepto más general de dualidad, que se usa precisamente para describir la conexión entre 2 teorías que de entrada parecen distintas pero resultan ser completamente equivalentes — es decir, se trata simplemente de 2 lenguajes distintos para hablar de un mismo sistema físico, y existe un diccionario que traduce de un lenguaje a otro. Podemos pensar en una dualidad entonces como un (nada obvio) cambio de variables (='redefinición de campos'). [Ver p.ej., Polchinski 1412.5704.]

La palabrita es bastante vieja – todos recordamos p.ej. la frase "dualidad onda-partícula", que tiene una acepción similar.

Conocemos (desde antes de '97) ejemplos de dualidades de varios tipos.

* $\boxed{\text{Teoría de Campos A} \quad = \quad \text{Teoría de Campos B}}$

P.ej.,

- "Bosonización": en 1+1 dimensiones (y también en 2+1) teorías con campos fermiónicos pueden reescribirse en términos de campos bosónicos. El ejemplo más conocido con interacciones es la equivalencia entre el "modelo de Thirring" masivo,

$$\mathcal{L}_{ferm} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{g}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\psi\,\bar{\psi}\gamma_\mu\psi ,$$

acoplamiento

y el "modelo de sine-Gordon" (o seno-Gordon),

$$\mathcal{L}_{bos} = -\frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi + \underbrace{\frac{\alpha}{\beta^2}(\cos\beta\varphi - 1)}_{-\frac{1}{2}\alpha\varphi^2 + \frac{1}{24}\alpha\beta^2\varphi^4 - \ldots} ,$$

con las identificaciones $m\bar{\psi}\psi = \frac{\alpha}{\beta^2}\cos\beta\varphi$, $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = -\frac{\beta}{2\pi}\varepsilon^{\mu\nu}\partial_\nu\varphi$,

y $\frac{\pi}{\pi+g} = \frac{\beta^2}{4\pi}$ ($g\to\infty$ es $\beta\to 0$, $\beta\to\infty$ es $g\to-\pi$)

[Coleman 1975 ; ver p.ej. Rajaraman capítulo 7].

- "Dualidad electromagnética" en teoría de Maxwell $\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ en 3+1 dimensiones,

$$F_{\mu\nu} \leftrightarrow \tilde{F}_{\mu\nu} \equiv \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} F^{\lambda\rho}, \text{ es decir, } \vec{E} \leftrightarrow \vec{B}$$

(e intercambiando fuentes eléctricas y magnéticas).

- "Dualidad S (o de Montonen-Olive)" en Yang-Mills con $\mathcal{N}=4$ supersimetrías ($\equiv$ SYM $\mathcal{N}=4$):

SYM $\mathcal{N}=4$ con g_{YM} $=$ $\widetilde{\text{SYM}}$ $\mathcal{N}=4$ con $\tilde{g}_{YM} = 1/g_{YM}$

$$\mathcal{L}_{SYM} = -\frac{1}{2g_{YM}^2} \mathrm{Tr}\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \ldots\right) \qquad \mathcal{L}_{\widetilde{SYM}} = -\frac{1}{2\tilde{g}_{YM}^2} \mathrm{Tr}\left(\tilde{F}_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} + \ldots\right)$$

objetos con carga eléctrica / magnética $\leftrightarrow$ objetos con carga magnética / eléctrica

¡Notar que $g_{YM} \to \infty$ / 0 $\leftrightarrow$ $\tilde{g}_{YM} \to 0$ / ∞ !

[Ver p.ej. Harvey, hep-th/9603086.]

- "Dualidad de Seiberg" en teorías tipo QCD con $\mathcal{N}=1$:

Una prima de QCD con grupo de norma $SU(N_c)$ (N_c colores) y $N_s > N_c + 1$ sabores de quarks $=$ Otra prima de QCD con grupo de norma $SU(\tilde{N}_c)$ ($\tilde{N}_c$ colores) y $\tilde{N}_s$ sabores de quarks

¡con $N_s - N_c = \tilde{N}_c$, $N_s = \tilde{N}_s$!

[Ver p.ej. Strassler, hep-th/0505153.]

En esta equivalencia nuevamente al menos una de las 2 teorías tiene acoplamiento fuerte. Esto es recurrente: es justo lo que permite que el comportamiento NO sea obvio, y haya margen entonces para la existencia de una descripción alternativa.

En resumen, ¡las teorías cuánticas de campos pueden hacer cosas asombrosas en el régimen de acoplamiento fuerte!

* $\boxed{\text{Teoría de Cuerdas A} = \text{Teoría de Cuerdas B}}$

P.ej.,

- "Dualidad S" (en "teoría tipo IIB", o entre "teoría tipo I" y "Heterótica SO(32)", etc.):

$$\begin{matrix}\text{Teoría de Cuerdas con} \\ \text{acoplamiento } g_c\end{matrix} = \begin{matrix}\text{Teoría de Cuerdas con} \\ \text{acoplamiento } \tilde{g}_c\end{matrix}$$

¡con $g_c = 1/\tilde{g}_c$ $\left(g_c \to {\infty \atop 0} \text{ es } \tilde{g}_c \to {0 \atop \infty}\right)$

- "Dualidad T" (entre teorías "tipo IIA" y "IIB", o "Heterótica SO(32)" y "Heterótica $E_8 \times E_8$", etc.):

$$\begin{matrix}\text{Teoría de Cuerdas en} \\ \text{espacio con tamaño } R\end{matrix} = \begin{matrix}\text{Teoría de cuerdas en} \\ \text{espacio con tamaño } \tilde{R}\end{matrix}$$

¡con $R \propto 1/\tilde{R}$ ($R \to {0 \atop \infty}$ es $\tilde{R} \to {\infty \atop 0}$)!

(Aquí $g_c = \tilde{g}_c$; pero hay acoplamiento fuerte en otro sentido.)

- "Simetría de Espejo": ¡espacios con distintas topologías!

En resumen, ¡las teorías de cuerdas pueden hacer cosas asombrosas en el régimen de acoplamiento fuerte!

La correspondencia norma-gravedad es un tipo distinto de dualidad, que incluye en particular casos donde

$$\boxed{\text{Teoría de Campos X} \;=\; \text{Teoría de Cuerdas Y}}$$

¿Por qué nos resulta interesante?

- Constituye un nuevo paradigma teórico: ¡¡equivalencia entre sistemas CON y SIN gravedad!!
- Nos permite desarrollar intuición sobre algunas teorías de campos remotamente similares a QCD o a sistemas de materia condensada, en la región de acoplamiento fuerte.
- Ofrece una perspectiva novedosa sobre algunos problemas difíciles en gravedad cuántica.
- Establece un contacto muy interesante entre el espaciotiempo, la gravedad, y conceptos de información cuántica.

- Propicia acercamiento entre distintas comunidades de físicos.

Para evitar malos entendidos, conviene hacer desde el principio algunas aclaraciones:

* ¡¡ NO afirmamos haber ya resuelto QCD, o solucionado por completo el problema de la gravedad cuántica !! Las teorías bajo control actualmente son interesantes y constituyen un avance importante, pero son apenas modelos de juguete del mundo real.

* Esta aplicación de la teoría de cuerdas es completamente ortogonal a la búsqueda de una teoría unificada (= Modelo Estándar + Gravedad + ...). Aquella meta es mucho más ambiciosa, y por lo mismo, incierta (Saúl Ramos del IF-UNAM es el experto nacional). Aquí NO estamos buscando al Modelo Estándar. Pero, lo que veremos sí ES la teoría de cuerdas, mostrando ser útil.

Antes de iniciar con el curso propiamente dicho, conviene que hagamos un primer intento por vislumbrar cómo funciona la correspondencia AdS / CFT. Para ello, recordemos primero que entender una teoría cuántica de campos involucra la habilidad de predecir su comportamiento cuando la examinamos a distintas escalas energéticas, o equivalentemente, a distintas escalas de resolución espacial. En nuestra discusión, jugarán un papel central las llamadas teorías de campos conformes (CFTs, por sus siglas en inglés). Estas son teorías que lucen exactamente igual al examinarlas a cualquier escala. Cuando escuchamos esta definición por primera vez, parece tan remota de los fenómenos físicos familiares que podemos estar inclinados a creer que las teorías conformes son tan exóticas como son inútiles. P.ej., QCD con quarks sin masa sería una CFT a nivel clásico; pero a nivel cuántico la invariancia de escala se pierde porque el acoplamiento g_{YM} "corre" con la energía, lo cual da lugar a la escala característica de la interacción fuerte, $\Lambda_{QCD} \sim 200$ MeV. Y a pesar de lo poco familiares que nos resultan en un primer encuentro, las teorías conformes son de hecho clave para nuestra comprensión moderna de las teorías de campos. Tan es así, que cualquier teoría de campos que esté bien definida a todas las escalas energéticas debe comportarse como una CFT cuando la examinamos a altas energías, es decir, en el UV.

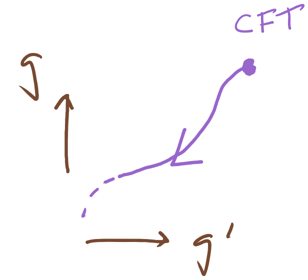
En cierto sentido esto es obvio: a energías que son arbitrariamente grandes comparadas con todas las masas o cualquier otra escala intrínseca que nuestra teoría puede poseer, el valor de estas escalas puede para todo efecto práctico tomarse como igual a cero, y de aquí se sigue que tendremos invariancia bajo reescalamientos. La única sutileza es que los acoplamientos de la teoría en general cambiarán conforme vamos a altas energías, y en lugar de aproximarse a valores constantes podrían volverse infinitos, posiblemente a energía finita. Pero esta opción es parte de lo que excluimos cuando insistimos en que nuestra teoría esté bien definida a todas las energías, es decir, que sea "completa en el UV". Este es el caso en particular para QCD, que por efecto de su libertad asintótica se vuelve en el UV una teoría invariante de escala de quarks y gluones no masivos y no interactuantes. No existe una asociación entre el concepto de invariancia de escala y la ausencia de interacciones, por lo que las CFTs genéricas NO serán libres.

22/04/20

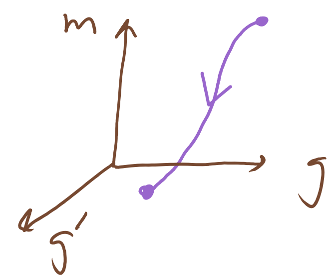
La definición más general de una teoría cuántica de campos utiliza una teoría conforme como punto de partida en el UV y le agrega términos que son despreciables a altas energías pero se vuelven importantes a bajas energías, es decir, en el IR. P.ej., en QCD encendemos un pequeño valor del acoplamiento g_{YM} y de las masas m de los quarks, y luego evolucionamos hacia el IR. El formalismo adecuado para analizar todo esto es lo que se conoce como el grupo de renormalización, y en ese lenguaje, lo que hemos dicho hasta ahora se resume en la siguiente frase: todas las teorías de campos completas en el UV pueden entenderse como flujos de renormalización obtenidos como

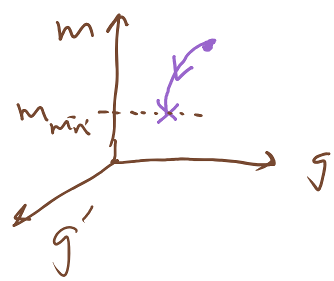
$$S = S_{CFT} + S_{rel}$$

deformaciones "relevantes" de un "punto fijo" UV.

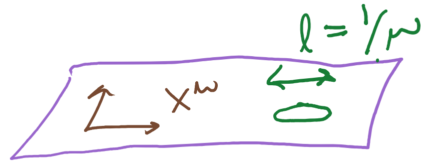


Esquemáticamente, podemos representar esto con una trayectoria en el espacio de acoplamientos para nuestra teoría, con una flecha marcando la dirección en la cual evoluciona la teoría cuando la energía va decreciendo, y un punto indicando la CFT desde la cual empezamos. A energías arbitrariamente bajas, una de dos cosas pasa: o la teoría sigue teniendo excitaciones y se vuelve entonces invariante de escala nuevamente (un punto fijo IR del flujo de renormalización), o todas las excitaciones son masivas, y por debajo de la masa más chica la teoría se vuelve (invariante de escala pero) vacía. QCD es un ejemplo de esta segunda posibilidad, puesto que todos los hadrones tienen masas $\neq 0$.



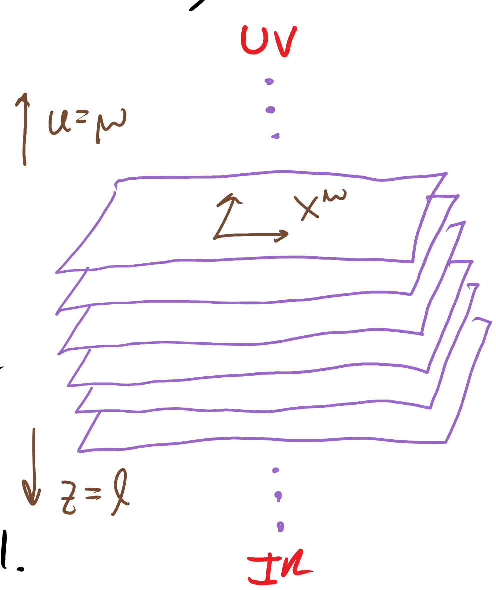


La historia principal que contaremos en este curso está muy relacionada con estas ideas: la correspondencia holográfica es, fundamentalmente, una implementación geométrica del grupo de renormalización. La manera en que esto ocurre es



que, al traducir del lenguaje original de la teoría de campos a unas nuevas variables, la escala energética μ a la cual examinamos la teoría, o equivalentemente, nuestra escala de resolución espacial $\ell \equiv 1/\mu$, se convierte en una nueva coordenada espacial, en el mismo pie que las coordenadas espaciotemporales originales, $x^\mu \equiv (t,\vec{x})$, que retienen su significado después de la traducción. La nueva coordenada espacial frecuentemente se denota $u \equiv \mu$ ó $z \equiv \ell = 1/u$, y es habitual referirse a ella como la coordenada 'radial'.

Podemos visualizar al espaciotiempo 5-dimensional resultante como una pila infinita de cartas (lo que los matemáticos y relativistas llamarían una foliación del espaciotiempo), donde cada carta de la pila (cada hoja de la foliación) representa una copia del espaciotiempo original coordinatizado por x^μ, y la altura a lo largo de la pila es lo que solía ser la escala energética μ, pero ahora se ha vuelto una dirección espacial adicional.



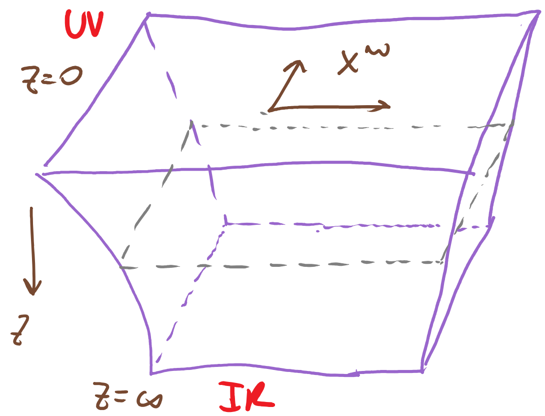
La información en cada carta (a una cierta altura u ó z) describe entonces el comportamiento de la teoría de campo a esa escala (μ ó ℓ), con el UV ($u \to \infty$ ó $z \to 0$) en la parte más alta de la pila y el IR ($u \to 0$ ó $z \to \infty$) en la parte más baja. Implícita en el enunciado de que u es una nueva dimensión espacial está la idea de que la física será al menos en alguna medida local a lo largo de esta dirección radial. Parte de esta localidad en μ resulta familiar por el conocido desacoplamiento en el grupo de renormalización entre escalas muy dispares (p.ej., para hacer física atómica afortunadamente no necesitamos tener información de lo que sucede a la escala de Planck). Un grado más fino de localidad en μ surgirá solo bajo ciertas circunstancias especiales, que mencionaremos más abajo. La correspondencia AdS/CFT afirma que de hecho existe una teoría completa y autocontenida que reside en el espaciotiempo 5-dimensional, y captura exactamente la misma información que nuestra teoría de campos original: es equivalente, dual a ella.

Como sabemos que las teorías conformes son cruciales para el grupo de renormalización, debemos empezar preguntando en qué se convertirá una CFT al pasar a la descripción geometrizada. El vacío (estado base) de una teoría conforme definida sobre el espacio de Minkowski $\mathbb{R}^{3,1}$, además de ser invariante bajo translaciones y Lorentz (= Poincaré) como esperamos en cualquier teoría relativista, se mantiene sin cambios también bajo reescalamientos (también conocidos como dilataciones), $x^\mu \to \lambda x^\mu$ (con $\lambda \in \mathbb{R}^+$). Estas transformaciones tienen el efecto $\mu \to \frac{\mu}{\lambda}$, es decir, $l \to \lambda l$, así que en la implementación geométrica, cambian el valor de la coordenada radial z justamente de la misma manera en que cambian a x^μ, $z \to \lambda z$. La invariancia del vacío de la CFT bajo reescalamientos implica que este cambio debe dejar a la geometría correspondiente sin modificar. Esta propiedad determina de manera única la métrica del espaciotiempo 5-dimensional dual al vacío de una teoría conforme en $\mathbb{R}^{3,1}$. Debe tomar la forma

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2}\left(-dt^2 + d\vec{x}^2 + dz^2\right) = L^2\left(u^2(-dt^2 + d\vec{x}^2) + \frac{du^2}{u^2}\right),$$

que es el espaciotiempo que los relativistas llaman anti-de Sitter (AdS). Tiene curvatura negativa constante, y por esta razón, es el espaciotiempo más sencillo después de Minkowski. El parámetro L (hasta ahora sin determinar) especifica el radio de curvatura. Podemos notar que con esta métrica la región UV $z \to 0$ $(u \to \infty)$ es infinitamente lejana en distancia propia; pero aún así, una señal viajando a la velocidad de la luz puede alcanzarla en un tiempo finito. Esta región, conocida como la frontera de AdS, puede entonces afectar la física en el interior del espaciotiempo, conocido como el 'bulto', así que al definir cualquier teoría en AdS será indispensable especificar condiciones de frontera en $z=0$. Otra propiedad de esta métrica es que existen trayectorias tipo tiempo que alcanzan la región IR $z \to \infty$ en un tiempo propio finito (es decir, nuestro espaciotiempo NO es geodésicamente completo). Sin embargo, esto toma un tiempo infinito medido con t, que como sabemos es la coordenada temporal de la teoría de campos, por lo que uno puede describir por completo la física de nuestra CFT en $\mathbb{R}^{3,1}$ sin información alguna de lo que existe más allá de $z \to \infty$.

Podemos representar esquemáticamente la geometría que adquiere nuestra pila de cartas con la métrica de AdS



$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2}\left(-dt^2 + d\vec{x}^2 + dz^2\right)$$

como en la figura de la derecha.

La invariancia de esta métrica bajo traslaciones, Lorentz y reescalamientos es evidente; pero existen 4 transformaciones adicionales que mezclan a x^μ con z y también dejan a la métrica intacta. Como veremos en detalle más adelante, el conjunto completo de isometrías (simetrías de la métrica) forma el grupo tipo Lorentz $SO(4,2)$. Y en efecto, como también veremos más adelante, las teorías conformes en 3+1 dimensiones son invariantes bajo precisamente este mismo conjunto de transformaciones, que por esta razón se conocen como el grupo conforme. Este es nuestro primer ejemplo de un acuerdo no trivial entre ambas descripciones. Las 4 simetrías de la CFT que no habíamos mencionado hasta ahora se conocen como transformaciones conformes especiales, y esencialmente siempre aparecen como consecuencia de la invariancia de escala.

Hemos aprendido entonces por qué AdS va de la mano de una CFT. Pero hasta ahora hemos considerado sólo el vacío $|\Omega\rangle$ de la teoría de campos. Los estados excitados de la misma teoría, por supuesto, NO son invariantes de escala, así que NO deben ser descritos simplemente por el espaciotiempo AdS vacío.

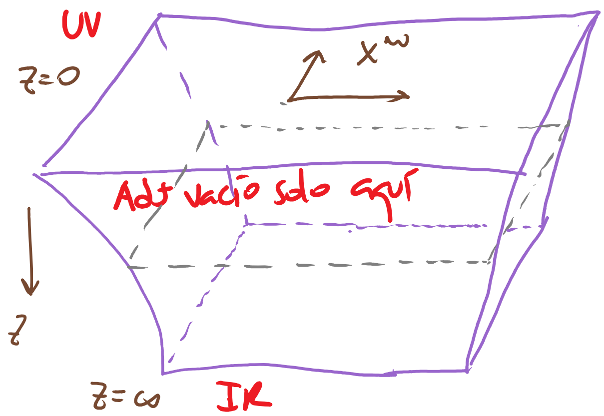
L1: 16/08/16

En cualquier teoría conforme, existe un mapeo biunívoco entre estados $|\psi\rangle$ y operadores locales $\mathcal{O}(x)$, dado por $|\psi_{\mathcal{O}}\rangle = \mathcal{O}(0)|\Omega\rangle$. En la teoría dual, entonces, deben existir tantas maneras independientes de cobrar excitaciones sobre el espaciotiempo AdS como existen operadores independientes $\mathcal{O}(x)$ en la CFT. Esto se logra teniendo un campo distinto $\phi(x,z)$ en la nueva teoría por cada uno de esos operadores, que estará excitado con un perfil particular (y que admite una descripción como un campo verdaderamente local sólo bajo las condiciones especiales a las que hemos aludido ya pero nos falta describir). El inventario de todos los operadores físicos $\mathcal{O}$ en la CFT incluye aquellos que son compuestos, y similarmente, en la nueva descripción los campos que estamos denotando ϕ no necesariamente son elementales. Gracias a la conexión $\mathcal{O}(x) \longleftrightarrow \phi(x,z)$ podremos tener una correspondencia completa entre los estados de la CFT y los estados de la teoría 5-dimensional. Pero todos los estados en la CFT comparten la propiedad de que al examinarlos a altas energías se parecen al vacío, así que todas las configuraciones permitidas en la nueva teoría deben reducirse al espacio AdS vacío en la región UV $z \to 0$: deben ser asintóticamente AdS. Esto es justo lo que esperaríamos para estados que se obtienen como excitaciones físicas de AdS, porque la región cercana a la frontera de AdS tiene un volumen infinito, y por ello costaría energía infinita modificar el comportamiento de los campos ϕ ahí.

Ahora podemos preguntarnos en qué debe traducirse una teoría de campos genérica (completa en el UV), como QCD. Como mencionamos antes, en ese caso tenemos un flujo del grupo

$S = S_{CFT} + S_{rel}$

de renormalización que comienza en una CFT a altas energías, deformada por términos (relevantes) que cambian la física a bajas energías. Incluso en el vacío de tal teoría, No tenemos invariancia de escala, y por tanto la teoría dual, aun en su estado de más baja energía, debe diferir de AdS, incorporando dependencia no trivial de z. Pero importantemente, esta dependencia debe apagarse en $z \to 0$, porque a altas energías nuestra teoría se vuelve conforme.



La diferencia entre esto y lo que describimos en el párrafo anterior está en cuán rápido nos aproximamos al espacio AdS vacío cerca de la frontera. Ahora estamos cambiando la teoría, no solo el estado, así que NO tenemos el requisito de que la deformación sobre AdS nos cueste una energía finita. Estamos hablando entonces de encender modos no normalizables de los campos ϕ, o en otras palabras, de cambiar las condiciones de frontera. Cambiar el estado dentro de una teoría dada corresponde en cambio (en ambos lados de la dualidad) a encender modos normalizables, que son precisamente los modos que pueden fluctuar dinámicamente y son por ello los que cuantizamos.

Como las direcciones x^μ son comunes a ambas descripciones, las propiedades de transformación bajo Lorentz $SO(3,1) \subset SO(4,2)$ de los operadores $\mathcal{O}$ y sus correspondientes campos ϕ en AdS deben coincidir. Un operador importante que está presente en todas las teorías de campo locales es el tensor de energía-momento $T_{\mu\nu}(x)$, cuya conservación es consecuencia de la invariancia bajo translaciones. Su contraparte en la descripción geometrizada debe ser un campo de espín 2, $g_{mn}(x,z)$, donde $m,n=0,\ldots,4$, $x^m \equiv (x^\mu, z)$. Este campo resultará ser la métrica 5-dimensional, o para ser más precisos, el campo del gravitón, que describe fluctuaciones de la métrica por encima de su valor esperado en el vacío. Esto significa que nuestra teoría de campos original (sea o no una CFT) es dual a una teoría donde el espaciotiempo mismo es

dinámico, es decir, ¡la una teoría de gravedad cuántica!
Dado que nuestra comprensión directa de la gravedad cuántica es limitada, al menos hasta ahora la correspondencia se ha estudiado por completo solo en casos en los que la descripción gravitacional tiene un límite clásico, con baja curvatura, porque solo en esos casos somos capaces de reconocer a la gravedad como tal. La experiencia nos ha enseñado que la aparición de una geometría 5-dimensional suave, con radio de curvatura grande ($L \gg l_p$) longitud de Planck, requiere que la teoría de campos tenga un número muy grande de grados de libertad en cada punto, $N \to \infty$. Para N grande pero no estrictamente infinito, las interacciones entre los campos ϕ estarán controladas por $\frac{1}{N} \sim \frac{l_p}{L}$, y pueden por tanto pueden ser estudiadas de forma perturbativa.
Aun en este caso, para que la dinámica de la teoría gravitacional sea manejable, se necesita tener una gran separación en el espectro de de la teoría ($m_{\text{pesados}} \gg m_{\text{ligeros}}$), de tal forma que sea una buena aproximación considerar únicamente al gravitón junto con unos cuantos campos ligeros, en lugar de la torre completa de

(muchos) (pocos)