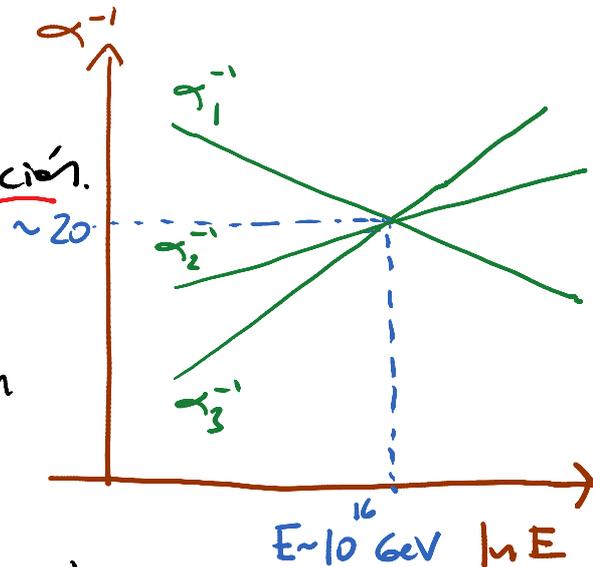


De este modo, resolvemos el problema de jerarquía si  $M_{SUSY} \sim 1 \text{ TeV} = 10^3 \text{ GeV}$ .

Como regalo adicional, la supersimetría (SUSY) mejora las perspectivas de las teorías de Gran Unificación.

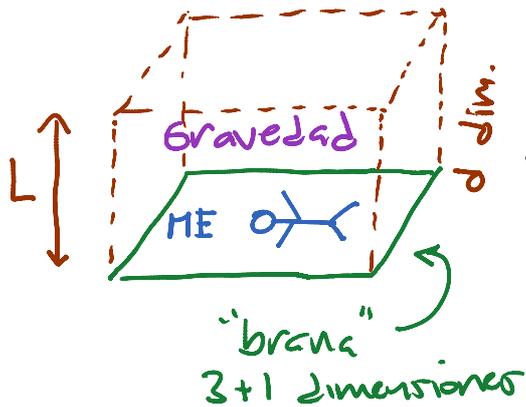
P.ej., en la versión SUSY de SU(5), se encuentra un acuerdo perfecto entre los acoplamiento (y el decaimiento del protón puede ser suficientemente lento.)



Y encima, la SUSY es un buen candidato para explicar la materia oscura (que explicaremos más adelante). ¡Así que resolvemos 3 problemas por el precio de 1!

Desafortunadamente, los resultados de LHC hasta ahora van haciendo cada vez más difícil que exista SUSY con  $M_{SUSY} \sim 1-10 \text{ TeV}$ .

\* Mundo Brana: se propone la existencia de  $d$  dimensiones adicionales que son comparativamente grandes ( $L \lesssim 0.1 \text{ mm}$ ), en las que solo se propaga la gravedad, y NO las partículas del Modelo Estándar.



En este caso, la ley de Newton sería

$$F_{\text{grav}} = \begin{cases} G_N^{(4)} \frac{mm'}{r^2} & r \gg L \\ G_N^{(4+d)} \frac{mm'}{r^{2+d}} & r \ll L \end{cases}$$

y  $G_N^{(4)}$  y por lo tanto  $M_p^{(4)}$  serían escalas derivadas, no fundamentales:

$$S_{\text{grav}} = \frac{1}{16\pi G_N^{(4+d)}} \int d^4x d^d y \sqrt{-g^{(4+d)}} R^{(4+d)}$$

Einstein-Hilbert  
(ver p. 50)

↑ determinante de la métrica 4+d      ↑ escalar de curvatura 4+d ( $\sim \partial\partial g^{(4+d)}$ )

$$= \frac{L^d}{16\pi G_N^{(4+d)}} \int d^4x \sqrt{-g^{(4)}} R^{(4)}$$

↑  $\det g_{\mu\nu}^{(4)}$       ↑ escalar de curvatura en 4 dim

$$\equiv \frac{1}{16\pi G_N^{(4)}}$$

Con este escenario se puede tener para la verdadera escala de Planck  $M_p^{(4+n)} \sim 1-10$  TeV, con lo cual desaparecería el problema de jerarquía. Desafortunadamente, hasta ahora los resultados del LHC no han encontrado indicios en este sentido.

Claramente, ninguno de estos (y otros) problemas "estéticos" del ME hacen indispensable buscar una nueva teoría.

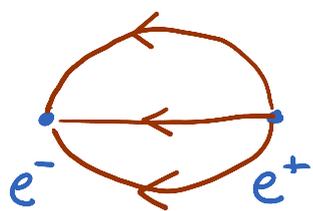
### • Problemas "Prácticos"

- ¿Cómo entender a la interacción fuerte a bajas energías?

Recordar que en QCD (parte  $SU(3)_c$  de ME),  $\alpha_3(E) \gtrsim 1$  para  $E \lesssim \Lambda_{\text{QCD}} (\sim 200 \text{ MeV})$ . Relacionado con esto, nunca observamos quarks o gluones de manera individual, sino confinados dentro de hadrones (mesones, bariones, glubos, etc.) ¿Cómo podemos describir confinamiento / desconfinamiento de manera cuantitativa?

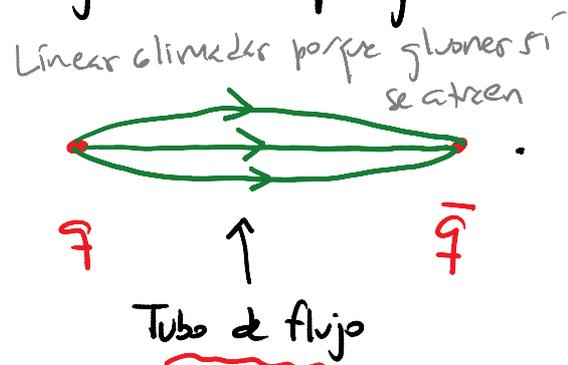
Numéricamente, QCD en la red nos permite hacer muchos cálculos exactos (p.ej., masas del protón, etc.); pero no en situaciones dinámicas (p.ej., amplitudes de dispersión). Y en cualquier caso, preferiríamos comprensión analítica.

Una manera intuitiva de entender el confinamiento es a partir de las líneas de flujo del campo gluónico:



Líneas se expanden porque fotones no interactúan entre sí

en QED vs.



Líneas se contraen porque gluones sí se atraen

Tubo de flujo

Esto sugiere que, en alguna aproximación, los hadrones podrían quizás entenderse en términos de objetos unidimensionales — la llamada cuerdas de QCD. Este fue el origen histórico de la teoría de cuerdas (~ finales de los años 60 y principios de los 70), como un intento (pre-QCD) de entender la interacción fuerte. (Casi 30 años

más tarde, retomamos esta meta gracias a la "Correspondencia Holográfica" o "norma/gravedad").

- ¿Cómo incorporar las masas y ángulos de mezcla de los neutrinos?
- ¿El Higgs es fundamental o compuesto? ¿Existen uno o varios?

De nuevo, ninguno de estos problemas "prácticos" hace indispensable (hasta ahora) ir más allá del ME.

### Problemas Fundamentales

- ¿Definición de la interacción U(1) (y la interacción cuártica del Higgs) a altas energías?

Recordar que  $\alpha_1(E)$  crece con la energía, de tal modo que eventualmente la teoría se vuelve fuertemente acoplada. ¿En verdad está bien definida (y en particular, es renormalizable) a nivel no perturbativo?

(Notar que la situación análoga en QCD NO pone en riesgo la definición de la teoría, porque en ese caso el acoplamiento fuerte ocurre a distancias grandes.)

- ¿Cuál es la composición de la materia oscura?

Solo alrededor de la 6ta. parte del contenido de las galaxias y los cúmulos de galaxias (detectado a través de su influjo gravitacional) es materia ordinaria (bariónica). El resto,  $\sim 23\%$  del contenido energético del universo, es materia oscura "fría" (es decir, no relativista), que a lo más siente la interacción débil. No está hecho de los neutrinos del ME. Podría quizá estar hecho de las partículas supersimétricas más ligeras (del tipo conocido genéricamente como "neutralino").

- ¿Cuál es la naturaleza de la energía oscura?

Nuestro universo se encuentra en una fase de expansión acelerada, por efecto de su componente

dominante ( $\sim 73\%$ ), con tensor de energía-momento  $T_{\mu\nu} \sim -\rho_{\Lambda} g_{\mu\nu}$  (densidad de energía  $\rho_{\Lambda} > 0$ , pero presión  $-p_{\Lambda} < 0$ ). Podría deberse directamente a la famosa constante cosmológica  $\Lambda$ , o a la energía potencial de un campo escalar. En cualquier caso, representa esencialmente la energía del "vacío".

Hemos visto ya (p.10) que desde el punto de vista de la teoría cuántica de campos, el vacío tendrá naturalmente una energía debida a las fluctuaciones de punto cero de todos los osciladores de todos los campos existentes. (Además, podría haber una energía, también  $\propto \eta_{\mu\nu}$ , asociada al campo de Higgs; al "condensado quiral" en QCD, responsable de la ruptura de la "simetría quiral"; etc.) El misterio entonces no es por qué  $\rho_{\Lambda} \neq 0$ , sino por qué detectamos un valor tan pequeño,

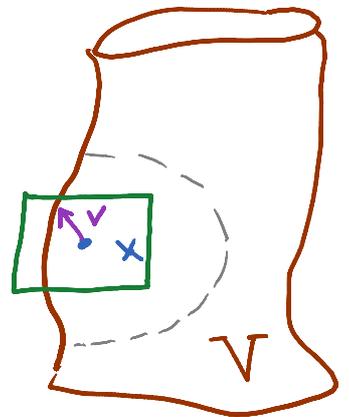
$$\text{ii } \rho_{\Lambda}^{\text{obs}} \sim (10^{-12} \text{ GeV})^4 \sim 10^{-124} M_{\text{P}}^4 \quad !!$$

(La SUSY implicaría cancelaciones entre las energías de punto cero de bosones y fermiones; pero de cualquier manera estaría rota a  $M_{\text{SUSY}} \gtrsim 10^3 \text{ GeV}$ , ¡y se tiene  $\rho_{\Lambda}^{\text{obs}} \sim 10^{-60} M_{\text{SUSY}}^4$ !)

### - ¿Descripción cuántica de la gravedad??

A nivel macroscópico, la gravedad se describe a través de la

Relatividad General, donde el espaciotiempo es una variedad



diferenciable  $V$  (donde es posible definir coordenadas locales  $x^{\mu}$   $\mu=0,1,\dots,D-1$ , y los vectores son esencialmente desplazamientos infinitesimales:

$v^{\mu}$  es un vector en  $x$  si bajo  $x \rightarrow x'(x)$  se tiene

$$v^{\mu} \rightarrow v'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} \Big|_x v^{\nu}, \text{ equipada con una}$$

métrica  $g_{\mu\nu}(x)$  (noción de producto interno

$V \cdot W \equiv g_{\mu\nu} V^\mu W^\nu$ , y de convertir vectores a vectores duales (covectores) y viceversa:

$$V_\mu \equiv g_{\mu\nu} V^\nu, \quad V^\mu \equiv g^{\mu\nu} V_\nu \equiv (g^{-1})^{\mu\nu} V_\nu, \text{ que}$$

codifica las distancias, ángulos y estructura causal (distinción entre tiempo y espacio) sobre  $V$ .

La métrica nos permite definir una derivada

covariante

$$\nabla_\mu t^\nu_\lambda \equiv \partial_\mu t^\nu_\lambda + \Gamma^\nu_{\mu\sigma} t^\sigma_\lambda - \Gamma^\sigma_{\mu\lambda} t^\nu_\sigma,$$

usando los símbolos de Christoffel

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} (\partial_\mu g_{\rho\nu} + \partial_\nu g_{\mu\rho} - \partial_\rho g_{\mu\nu}).$$

La información esencial sobre la curvatura está contenida en el tensor de Riemann ( $\sim [\nabla_\mu, \nabla_\nu]$ )

$$R_{\mu\nu\rho}^\sigma \equiv \partial_\nu \Gamma^\sigma_{\mu\rho} - \partial_\mu \Gamma^\sigma_{\nu\rho} + \Gamma^\alpha_{\mu\rho} \Gamma^\sigma_{\alpha\nu} - \Gamma^\alpha_{\nu\rho} \Gamma^\sigma_{\alpha\mu}$$

$$\sim \partial\partial g + \dots$$

Las ecuaciones de Einstein,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

$\underbrace{R_{\mu\nu}}_{\text{tensor de Ricci}} \equiv R_{\mu\lambda\nu}{}^\lambda$ 
 $\uparrow$ 
 $\underbrace{g_{\mu\nu}}_{\text{escalar de curvatura}} \equiv R_\lambda{}^\lambda$ 
 $\uparrow$ 
 $\underbrace{T_{\mu\nu}}_{\text{Tensor de energía-momento (o energía-esfuerzos)}}$

determinan la dinámica del campo gravitacional.

Si lo de izquierda (el "tensor de Einstein") se

obtiene al variar la acción de Einstein-Hilbert

$$S_E \equiv \frac{1}{16\pi G_N} \int d^D x \sqrt{-g} R$$

$\uparrow \equiv \det g_{\mu\nu}$

$\underbrace{\int d^D x \sqrt{-g}}_{\text{elemento de volumen invariante}}$

y el lado derecho, de variar la acción de la materia,

$$T_{\mu\nu} \equiv -\frac{1}{2\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\text{mat}}}{\delta g^{\mu\nu}}$$

A nivel microscópico, al menos ingenuamente pensaríamos que hay que cuantizar la métrica. Para esto existen cuando menos 2 perspectivas:

I) Un particulero ve en primera instancia a  $g_{\mu\nu}(x)$  como un campo más, que puede separarse en un valor de fondo y pequeñas fluctuaciones,

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + \sqrt{G_N} h_{\mu\nu}(x)$$

Fondo: espacio plano (p.ej.)

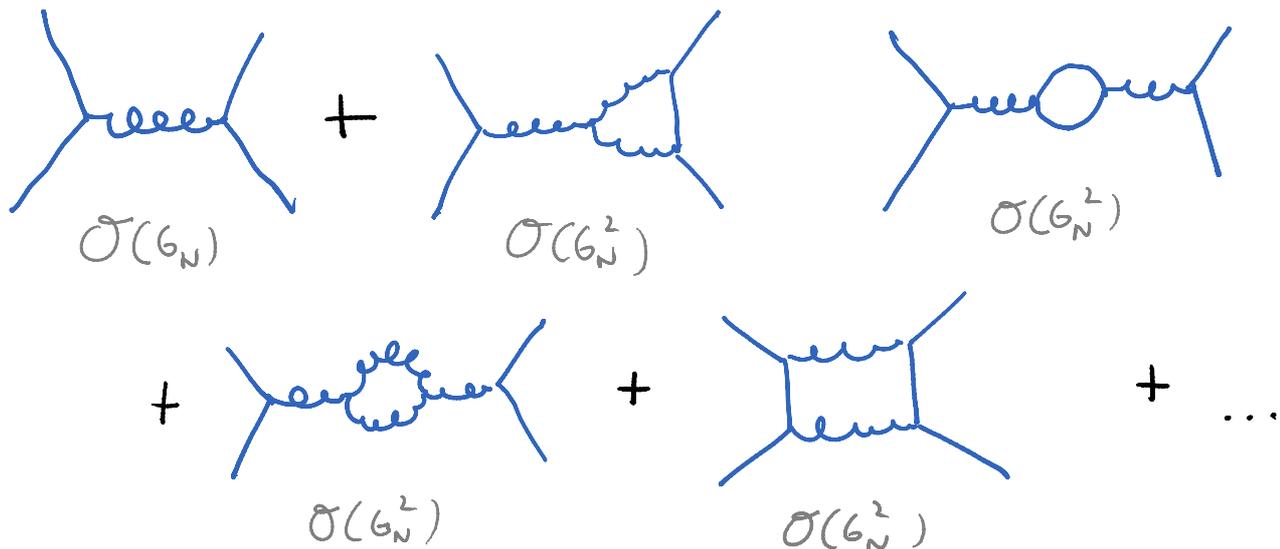
Fluctuación: campo del gravitón

Se tiene entonces

$$S = \frac{1}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{-g} R + \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi$$

$$\sim \int d^4x (\underbrace{\partial h \partial h}_{\text{partícula de espín 2 sin masa}} + \underbrace{\sqrt{G_N} h \partial h \partial h}_{\sim \sqrt{G_N}} + \dots + \underbrace{\partial \varphi \partial \varphi}_{\text{—}} + \underbrace{\sqrt{G_N} h \partial \varphi \partial \varphi}_{\sim \sqrt{G_N}} + \dots)$$

Con estos ingredientes podemos concebir diagramas de Feynman. P.ej., la amplitud de dispersión por 2 partículas de materia estanca cada por



En realidad  $\sqrt{G_N}$  no es por sí sola la constante de acoplamiento, porque tiene dimensión de  $(\text{masa})^{-1}$  (o  $(\text{masa})^{-\frac{D-2}{2}}$  en  $D$  dimensiones). Lo relevante es la combinación adimensional

$$g_N \equiv G_N E^2 = \left( \frac{E}{M_p} \right)^2 \quad (G_N E^{D-2}).$$

↑ escala energética característica del proceso

Con esto vemos que  $g_N \ll 1$  cuando  $E \ll M_p$ , lo cual explica por qué la gravedad es despreciable en nuestros aceleradores de partículas (¡a menos que vivamos en un mundo brana, y  $M_p \sim 1-10 \text{ TeV}$ !).

Pero  $g_N$  crece a altas energías (mucho más

rápido que  $g_1(E)$  de  $U(1)_Y$ , y la teoría resulta ser NO renormalizable (al menos perturbativamente). Es decir, para extraer predicciones sensibles se requieren un número infinito de datos experimentales, relacionados con los parámetros  $c_i$  en la acción extendida

$$S \sim \int d^4x \sqrt{-g} \left( R + c_1 G_N R^2 + c_2 G_N R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + c_3 G_N^2 R^3 + \dots \right. \\ \left. + \text{constantes similares en } \mathcal{L}_{\text{mat}} \right).$$

¿Qué podría implicar la no renormalizabilidad perturbativa de la relatividad general? Hay básicamente 2 posibilidades:

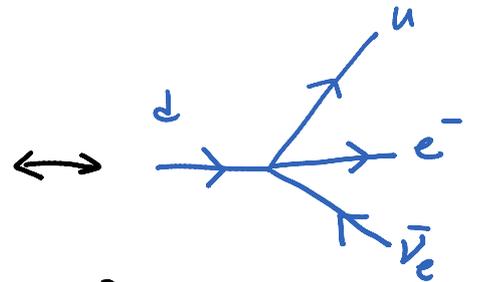
- a) La teoría es solo "efectiva", es decir, es una aproximación útil a bajas energías, pero NO captura correctamente la física existente a energías  $E \gtrsim M_p$ .

Existe un antecedente histórico: para describir

pej. el decaimiento del neutrón,  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ,  
udd      uud

Fermi postuló un vértice cúbico de campos fermiónicos, que en lenguaje moderno sería

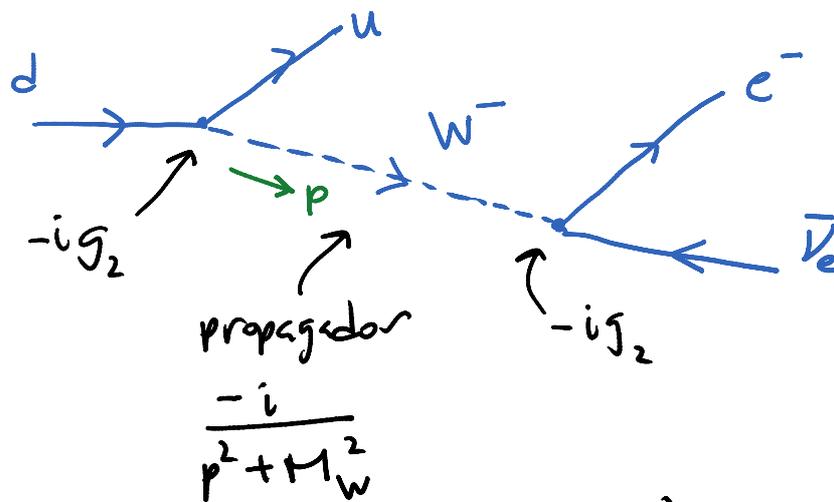
$$\sim \int d^4x G_F (\bar{u}_I \gamma^\mu d_I) (\bar{e}_I \gamma_\mu \nu_{eI})$$



↑ constante de Fermi  $\sim 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

↑ notar:  $(\text{mass})^{-2}$ .

Esto es una buena aproximación a bajas energías, pero es no renormalizable, y fue reemplazado por acoplamiento cúbico  $SU(2)_I$  del Modelo Estándar:



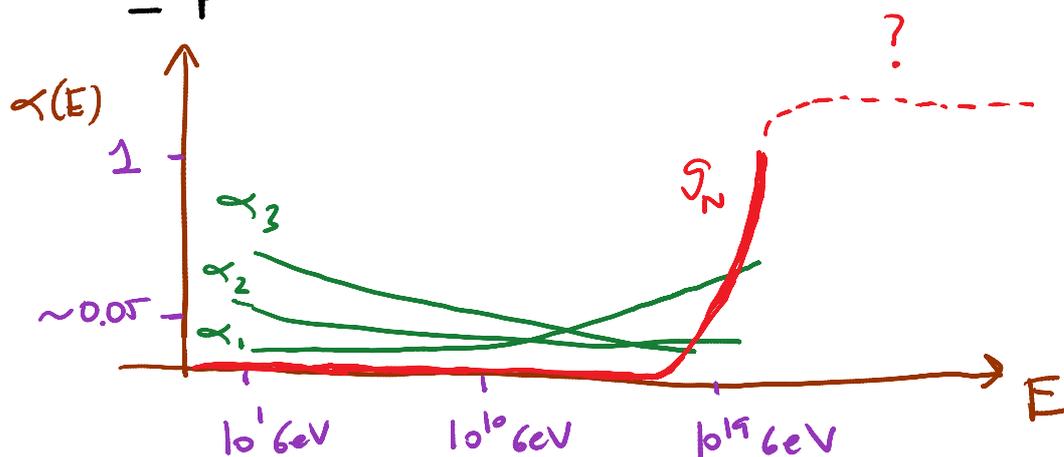
$$\frac{g_2^2}{p^2 + M_W^2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sim \frac{g_2^2}{M_W^2} \sim G_F \text{ para } p^2 \ll M_W^2 \\ \sim \frac{g_2^2}{p^2} (\ll G_F) \text{ para } p^2 \gg M_W^2 \end{cases}$$

Es decir, a la escala  $M_W \sim 10^2 \text{ GeV} \sim \frac{1}{\sqrt{G_F}}$  existen nuevos efectos físicos que 'ablandan' la interacción, de tal modo que ya es (perturbativamente) renormalizable.

Quizás algo similar podría ocurrir para la gravedad (aunque no algo idéntico, porque en RG el vértice problemático ya es cúbico).

b) Quizás es solo el análisis perturbativo el que es inútil; pero la teoría sí está bien definida a nivel no perturbativo:



Es decir, las correcciones en la región de acoplamiento fuerte podrían ser tan drásticas que la teoría acabe estando bien definida para energías arbitrariamente altas. Técnicamente,

el comportamiento requerido es lo que se conoce como un "punto fijo" ( $\sim$  invariancia bajo reescalamiento) UV (es decir, a altas energías). Este es el programa conocido como "seguridad asintótica" ("asymptotic safety") [Ver, p.ej., arXiv:1110.6389]. Por culpa del acoplamiento fuerte, es difícil hacer un análisis muy contundente.

[2:05/02/13]

II) Un relativista enfatiza desde un principio que la gravedad no es una interacción, sino una manifestación de la geometría del espaciotiempo. La métrica  $g_{\mu\nu}(x)$  no es entonces un campo más - define el propio espaciotiempo, y en particular la estructura causal, sobre la que viven los otros campos.

Lo que necesitamos entonces es cuantizar al espaciotiempo, preferiblemente en un formalismo que (como la Rel. Gral.) sea independiente del fondo (por lo menos hasta cierto punto). Es decir, no es deseable

cuantizar a una fluctuación  $h_{\mu\nu}(x)$  ( $\Leftrightarrow$  gravitón) que se propaga sobre un fondo (p.ej. Minkowski) preexistente. Quisiéramos que el valor de fondo de la métrica sea un concepto derivado de la teoría. Esto nos obliga a buscar un enfoque No perturbativo.

La pregunta básica es entonces ¿qué es un espaciotiempo cuántico? ¿Necesitamos aprender a definir campos en una variedad diferencial sin métrica? ¿O podría quizás haber fluctuaciones incluso en la topología a distancias pequeñas ("espumas cuánticas")? ¿O algo todavía más novedoso?

Esperáramos que la teoría fuera invariante bajo difeomorfismos (cambio de coordenadas sobre la variedad). Esto origina al menos 2 problemas:

i) Las observables tendrán que ser necesariamente no locales. ¿Cuál son? ¿Cómo recuperamos la física local en el límite semiclásico?

ii) La evolución temporal  $t \rightarrow t + \delta t$  es un difeo,

así que todo estado físico debe ser invariante bajo la acción del generador correspondiente, el Hamiltoniano  $\hat{H}$  ( $\hat{H}|\text{fis}\rangle = 0$  es una construcción que define a los estados físicos).

¿Cómo definiremos entonces al tiempo?

Además, ¿qué significa hablar de "la función de onda del universo"? ¿Hace falta modificar la mecánica cuántica para resolver el "problema de la medición"?

Por todas estas razones, formular una teoría de gravedad cuántica es una empresa conceptual y técnicamente muy complicada. Pero claramente es necesaria: resulta indispensable para entender el origen del universo y las propiedades de los agujeros negros, y, en sentido estricto, incluso para entender cualquier región del espacio a nuestro alrededor, a nivel de su estructura microscópica.

Se cree que las propiedades de los agujeros negros constituyen una pista importante en la búsqueda de la gravedad cuántica.

Concretamente, a partir de un análisis de teoría cuántica de campos en el fondo curvo fijo de un hoyo negro, Hawking mostró que estos objetos NO son completamente negros, sino que emiten radiación como cuerpos calientes, con temperatura

$$T_H = \frac{\hbar K}{2\pi} \leftarrow \text{"gravedad superficial"}$$

Esto, combinado con una estrecha analogía entre las leyes clásicas de agujeros negros (provenientes de la RG) y las leyes de la termodinámica, condujo a la conclusión de que los hoyos negros tienen también una entropía

$$S_{BH} = \frac{A_h}{4\hbar G_N} \leftarrow \text{área del horizonte}$$

Se considera que cualquier teoría que pretenda dar una descripción cuántica de la gravedad debe ser capaz de reproducir estos resultados con un conteo explícito (mecánica-estadística) de estados microscópicos. (Y de paso, debería resolver la llamada "paradoja de la información" asociada a la evaporación del agujero negro.)

Con este panorama, estamos por fin listos para preguntarnos ¿qué es una teoría de cuerdas?

La respuesta corta: ¡no sabemos! (Se encuentra todavía en construcción. Conocemos pedazos interesantes, pero no tenemos una definición completa.)

La respuesta larga: es una generalización de las teorías cuánticas de campo, cuyo punto de partida es proponer que las excitaciones básicas no son ya partículas (objetos 0-dimensionales), sino Cuerdas (objetos 1-dimensionales), que podemos visualizar