$$T^f(z)\,T^f(z') = 4\,:b\partial c(z)::b\partial c(z'): - 4\,:b\partial c(z)::c\partial b(z'): + :c\partial b(z)::c\partial b(z'):$$

$$= 4\,\underbrace{b\partial c\, b\partial' c}_{\partial\left(\frac{1}{z-z'}\right)\partial'\left(\frac{1}{z-z'}\right)} - 4\,\underbrace{b\partial c\, c\,\partial' b}_{-\left(\frac{1}{z-z'}\right)\partial\partial'\left(\frac{1}{z-z'}\right)} + \underbrace{c\partial b\, c\partial b}_{\partial\left(\frac{1}{z-z'}\right)\partial'\left(\frac{1}{z-z'}\right)} + \text{términos con 1 ó 0 contracciones}$$

cruce

$$\partial\left(\frac{1}{z-z'}\right) = -\frac{1}{(z-z')^2}, \qquad \partial'\left(\frac{1}{z-z'}\right) = +\frac{1}{(z-z')^2}, \qquad \partial\partial'\left(\frac{1}{z-z'}\right) = -\frac{2}{(z-z')^3}$$

$$= \frac{-4}{(z-z')^4} + \frac{-8}{(z-z')^4} + \frac{-1}{(z-z')^4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(z-z')^2}\right)$$

$$= \frac{-13}{(z-z')^4} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{(z-z')^2}\right).$$

Recordando la expresión general para cualquier teoría de campos conforme (p. 218)

carga central — h para T — transformación bajo traslaciones (L_{-1})

$$T(z)\,T(z') = \frac{c}{2(z-z')^4} + \frac{2}{(z-z')^2}T(z) + \frac{1}{(z-z')}\partial T(z') + \dots,$$

aprendemos entonces que b, c tienen carga central

$$c^{b,c} = -26 \quad (y\ \tilde{c}^{b,c} = 0).$$

Similarmente, $\tilde{b}, \tilde{c}$ tienen $\tilde{c}^{\tilde{b},\tilde{c}} = -26$ (y $c^{\tilde{b},\tilde{c}} = 0$).

Considerando a ambas teorías a la vez, escribiremos

$$\boxed{c^f = -26, \quad \tilde{c}^f = -26} .$$

[L10: 09/04/13

Se puede mostrar que en teorías de campos conformes donde no existen estados con norma negativa (es decir, fantasmas malos) se tiene necesariamente $c > 0$ (de hecho, $c \geq 1$ y $h \geq 0$, salvo por las opciones discretas $c = 1 - 6/r(r+1)$ con $r = 3, 4, \ldots$ y ciertos valores específicos de h). [Ver p.ej. hep-th/9108028 sección 4.3, Polchinski 2.9 y 15.1, o Di Francesco et al. 7.2.]

Usando $b_n^\dagger = b_{-n}$ y $c_n^\dagger = c_{-n}$, que, como se puede verificar, implican $|\downarrow\rangle^\dagger = \langle\uparrow|$ (es decir, $\langle\uparrow|\downarrow\rangle = 1$, $\langle\downarrow|\downarrow\rangle = 0$), es fácil ver que la teoría S_f tiene en efecto estados con norma negativa, como p.ej. $b_{-n} c_{-n} |\downarrow\rangle$ (ver Tarea 3).

El que b, c (y $\tilde{b}, \tilde{c}$) tengan $c < 0$ ($\tilde{c} < 0$) y por tanto constituyan "un número negativo de grados de libertad" va de la mano con su papel como campos auxiliares, que cancelan grados de libertad no físicos en X^μ —p.ej. X^0, X^1. (Se tiene una situación análoga al cuantizar Yang-Mills.)

En términos de la expansión en modos b_n, c_n,

$$T^f(z) = -2 :b\partial c(z): + :c\partial b(z):$$

$$= -2 :\sum_{n,k} \frac{b_n}{z^{n+2}} \frac{(1-k)c_k}{z^k}: + \underbrace{:\sum_{n,k} \frac{c_k}{z^{k-1}} \frac{(-n-2)b_n}{z^{n+3}}:}_{-:\sum_{n,k} \frac{(-n-2)b_n}{z^{n+3}} \frac{c_k}{z^{k-1}}:}$$

$$= \sum_{n,k} \frac{(2k+n)}{z^{n+k+2}} :b_n c_k: \quad ,$$

así que los modos de Virasoro son

$$L^f_m = \oint \frac{dz}{2\pi i} z^{m+1} T^f(z) = \sum_{n,k} (2k+n) :b_n c_k: \underbrace{\oint \frac{dz}{2\pi i} \frac{z^{m+1}}{z^{n+k+2}}}_{\delta_{m,n+k}} \quad ,$$

es decir,

martes, 09 de abril de 2013
09:18 a.m.

$$\boxed{L^f_m = \sum_n (2m-n) : b_n c_{m-n} :}\ .$$

Nos conviene reescribir esto usando el orden normal de creación aniquilación,

$$\circ\!\!\circ\quad\circ\!\!\circ \;\equiv$$ poner b_{-n}, c_{-n}, c_0 a la izquierda de c_n, b_n, b_0. (con factores de -1 por anticonmutación)

En este caso $:\ :$ y $\circ\!\!\circ\ \circ\!\!\circ$ <u>No</u> cinciden; pero por la forma de L^f_m vemos que esto solo afecta el modo $m=0$, así que

constante de orden

$$L^f_m = \sum_n (2m-n) \circ\!\!\circ\, b_n c_{m-n} \circ\!\!\circ + A^f \delta_{m,0}$$

Como hicimos para X^μ, podemos determinar A^f estableciendo directamente la relación entre $:bc:$ y $\circ\!\!\circ\, bc \circ\!\!\circ$, o utilizando el álgebra de Virasoro

$$[L^f_m, L^f_n] = (m-n) L^f_{m+n} + \frac{c^f}{12}(m^3-m)\delta_{m,-n}$$

para notar que

$$A^f|\downarrow\rangle = L_0^f|\downarrow\rangle = \frac{1}{2}\left(L_1^f L_{-1}^f - L_{-1}^f \cancelto{0}{L_1^f}\right)|\downarrow\rangle$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\,(\cancel{2}\,b_0 c_1 + \dots)(-b_{-1} c_0 + \dots)|\downarrow\rangle$$

$$\underbrace{-c_1 b_{-1} b_0 c_0}_{\{b_0,\,c_0\}=1 \;\Rightarrow\; -\{c_1,\,b_{-1}\} = -1}$$

$$= -|\downarrow\rangle,$$

es decir, $\boxed{A^f = -1}$. ← Será importante más adelante

Regresemos ahora al tema de la anomalía de Weyl: deseamos saber si

$$Z[\check{g}_{ab}] \equiv \int \left(Db\, Dc\, D\tilde{b}\, D\tilde{c}\, DX^\mu\right)_{\check{g}} e^{-S_p[X,\check{g}] - S_f[b,c,\tilde{b},\tilde{c},\check{g}]}$$

$$\equiv \langle 1 \rangle_{\check{g}}$$ es o no invariante de Weyl.

Por definición, bajo $\check{g}_{ab} \to \check{g}_{ab} + \delta g_{ab}$ tenemos

$$\delta Z = -\frac{1}{4\pi}\int d^2\sigma \sqrt{\check{g}} \, \langle T^{ab} \rangle_{\check{g}} \, \delta g_{ab} + O(\delta g^2) \, .$$

↑ tensor de energía-momento cuántico: incluye posible contribución de la medida en integral funcional

Como siempre, la invariancia bajo difeos $\delta g_{ab} = \check{\nabla}_a \xi_b + \check{\nabla}_b \xi_a$ implica la conservación de este tensor,

$$\langle \check{\nabla}_a T^{ab} \rangle_{\check{g}} = 0 \, .$$

Consideremos ahora una transformación de Weyl infinitesimal $\check{g}_{ab} \to e^{\delta\omega(\sigma)} \check{g}_{ab}$, es decir, $\delta g_{ab} = \delta\omega \, \check{g}_{ab}$.

En este caso, $\langle T^{ab} \rangle_{\check{g}} \, \delta g_{ab} = \langle T^a{}_a \rangle_{\check{g}} \, \delta\omega$, así que preguntarnos acerca de la invariancia de Weyl básicamente equivale a verificar si $\langle T^a{}_a \rangle_{\check{g}} = 0$ (y condiciones similares a orden más alto en $\delta\omega$).

Examinaremos ahora esto en más detalle partiendo de la norma plana $\check{g}_{ab} = \delta_{ab}$:

martes, 09 de abril de 2013
09:54 a.m.

$$\delta Z = -\frac{1}{4\pi}\int d^2\sigma\, \delta\omega(\sigma)\, \cancel{\langle T^a{}_a(\sigma)\rangle_\delta} \rightarrow 0$$

porque en norma plana sí teníamos invariancia conforme $\leftrightarrow$ Weyl (No sucede para $g_{ab} \neq \delta_{ab}$)

$$+ \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4\pi}\right)^2 \int d^2\sigma\, d^2\sigma'\, \delta\omega(\sigma)\,\delta\omega(\sigma')\langle T^a{}_a(\sigma)\, T^b{}_b(\sigma')\rangle_\delta + \ldots$$

o, en coordenadas complejas,

$$\delta Z = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi}\right)^2\left(\frac{1}{2}4\right)^2 \int d^2z\, d^2z'\, \delta\omega(z,\bar z)\,\delta\omega(z',\bar z')\underbrace{\langle T_{z\bar z}\, T_{z'\bar z'}\rangle_\delta}$$

$$(\partial_z \partial_{z'})^{-1}\underbrace{\langle \partial_z T_{z\bar z}\, \partial_{z'} T_{z'\bar z'}\rangle_\delta}$$

Usando $\nabla^a T_{ab} = 0 \underset{g=\delta}{\longleftrightarrow} \partial_z T_{\bar z z} + \partial_{\bar z} T_{zz} = 0 \longrightarrow$

$$\underbrace{\langle \partial_{\bar z} T_{zz}\, \partial_{\bar z'} T_{z'z'}\rangle_\delta}$$

$$\partial_{\bar z}\partial_{\bar z'}\underbrace{\langle T_{zz}\, T_{z'z'}\rangle_\delta}$$

p.218 $\rightarrow$

$$= \underbrace{\frac{c}{2(z-z')^4}}$$

$$\underbrace{\partial_z^2\partial_{z'}\left[\frac{c}{12(z-z')}\right]}$$

$$\partial_z\partial_{\bar z'}\left[\frac{c}{12}\,\underbrace{\partial_{\bar z}\left(\frac{1}{z-z'}\right)}_{2\pi\,\delta^{(2)}(z-z')}\right],$$

partes

así que

$$\delta Z = \frac{c}{48\pi}\int d^2z\, \partial_z \delta\omega\, \partial_{\bar z}\delta\omega\ .$$

Se puede mostrar que la contraparte de este resultado cuando se hace una transformación de Weyl finita a partir de una métrica inicial $\check{g}_{ab}$ arbitraria es

$$Z[e^{\omega}\check{g}_{ab}] = e^{-c\, S_L[\omega,\check{g}]}\, Z[\check{g}_{ab}]\ ,$$

con S_L la llamada acción de Liouville

$$S_L[\omega,\check{g}] \equiv -\frac{1}{96\pi}\int d^2\sigma\sqrt{\check{g}}\,\Big(2\check{R}\omega + \underbrace{\check{g}^{ab}\partial_a\omega\,\partial_b\omega}_{\text{término que reprodujimos}} + \underbrace{\mu^2 e^{\omega}}_{\text{presente si agregamos } \mu^2\int d^2\sigma\sqrt{g} \text{ en acción original}}\Big).$$

escalar de Ricci ($=0$ cuando $\check{g}_{ab}=\delta_{ab}$)

[ver p.ej. Polyakov 9.6, 9.7].

Concluimos entonces que la integral funcional Z es invariante de Weyl sólo si $\boxed{c=0}$ (y $\boxed{\tilde{c}=0}$).

(Y de hecho, fuera de la norma plana tenemos $\check{R}\neq 0$, y por tanto δZ tiene una contribución lineal en $\delta\omega$,

martes, 09 de abril de 2013
11:30 a.m.

de modo que

$$\langle T^a{}_a \rangle_{\check{g}} = -\frac{c}{12}\check{R} .$$

Así que p.ej. S_p NO es en realidad invariante conforme cuando $\check{g}_{ab} \neq \delta_{ab}$.)

En nuestro caso,

$$c = c^{TOT} = c^X + c^f = D - 26 \qquad ,$$

contribución a anomalía de Weyl que proviene de $\mathcal{D}X^\mu$

contribución de $\frac{\mathcal{D}g_{ab}}{\mathrm{Dif}}$ $\left(\leftrightarrow \int \mathcal{D}b\mathcal{D}c\mathcal{D}\tilde{b}\mathcal{D}\tilde{c}\, e^{-S_f}\right)$

así que la teoría es invariante de Weyl, y podemos entonces cancelar (p.268)

$$Z = \int \frac{\mathcal{D}\omega(\sigma)}{\mathrm{Weyl}} Z[e^{\omega}\check{g}_{ab}] = \int \cancel{\frac{\mathcal{D}\omega(\sigma)}{\mathrm{Weyl}}} Z[\check{g}_{ab}] = Z[\check{g}_{ab}] ,$$

solo si $\boxed{D = 26}$.

Llamamos a esta la dimensión crítica para las cuerdas bosónicas en espaciotiempo plano. Como veremos el próximo semestre, en el caso de la supercuerda en fondo plano, los campos adicionales en la hoja de mundo acaban modificando esta condición a $D=10$. Y, como veremos más adelante este semestre, el valor de la dimensión crítica cambia también si consideramos a la cuerda bosónica en un fondo no trivial — es decir, distinto a Minkowski con todos los otros campos apagados.

Para abrir todos los casos desde una perspectiva más general, podemos definir una teoría de cuerdas (a nivel perturbativo) como una teoría de campos conforme en 2 dimensiones, con carga central total igual a cero.

Si, en la teoría de cuerdas bosónica en fondo plano, tomamos $D \neq 26$, el campo $\omega(\sigma)$ NO se desacopla. Podríamos entonces olvidar el factor $\frac{1}{\text{Weyl}}$ (no se necesita para eliminar redundancia, porque no hay tal redundancia), y trabajar con

$$Z = \int \mathcal{D}\omega \, Z[e^{\omega} g_{ab}] = \int \mathcal{D}\omega \, \mathcal{D}X^{\mu} \mathcal{D}b \mathcal{D}c \mathcal{D}\tilde{b} \mathcal{D}\tilde{c} \, e^{-cS_L - S_p - S_f}.$$

Nuestra teoría tiene entonces 1 grado de libertad adicional. Si tomamos p.ej. $\mu^2=0$, entonces

$$S_L[\omega, \check{g}_{ab}] = -\frac{1}{96\pi}\int d^2\sigma \sqrt{\check{g}}\left(\check{g}^{ab}\partial_a\omega\partial_b\omega + 2\check{R}\omega\right)$$

muestra que el campo escalar $\omega(\sigma)$ puede considerarse como una X^μ adicional (que es espacial o temporal si $D<26$ o $D>26$); pero sin invariancia bajo translaciones $\omega\to\omega+c$. Llamamos a ésta una teoría de cuerdas no crítica. Interesantemente, es posible reinterpretarla como una teoría de cuerdas habitual (es decir, crítica), pero con $\boxed{D+1}$ dimensiones y un fondo no trivial (como entenderemos más adelante, se trata de un fondo dilatónico lineal, $\varphi(X,\omega)\propto\omega$). [Ver, p.ej., Polchinski 9.9.]

Con una u otra interpretación, vemos que de hecho sí es posible trabajar con $D\neq 26$; pero el precio que pagamos es que el fondo no parece prometedor

para describir algo parecido a nuestro mundo.
El caso $D=1$ $(D+1=2)$ se ha estudiado mucho, porque resulta no tener taquión, y puede ser descrito de manera no perturbativa a través de una discretización de la hoja de mundo que conduce a un modelo matricial. [Ver p.ej. hep-th/9108019, 9304011, 9411028 sección 5, 0310287.]

Regresando a nuestra discusión principal, ahora que tenemos a $b, c, \tilde{b}, \tilde{c}$ como campos adicionales, los generadores de Virasoro totales $L_m^{TOT} \equiv L_m^X + L_m^F$ satisfacen el álgebra sin extensión central,

$$[L_m^{TOT}, L_n^{TOT}] = (m-n) L_{m+n} + \cancel{\frac{c^{TOT}}{12}}^{\,0} (m^3-m)\,\delta_{m,-n} ,$$

así que para imponer la ecuación de movimiento faltante $T^{ab} \propto \delta S / \delta g_{ab} = 0$ a nivel cuántico podemos simplemente pedir

$$\boxed{L_m^{TOT} |\text{fis}\rangle = 0 \qquad \forall\, m} .$$

Pero ahora tenemos un nuevo problema, porque claramente el espacio de Hilbert es más grande que antes: se construye con los operadores de creación

$$\{\alpha^{\mu}_{-n}, b_{-n}, c_{-n}, c_0, \tilde{\alpha}^{\mu}_{-n}, \tilde{b}_{-n}, \tilde{c}_{-n}, \tilde{c}_0\}$$

actuando sobre el vacío $|0,0;k\rangle|\downarrow\downarrow\rangle$. Y peor aún, hemos visto que esto da lugar a estados con norma negativa adicionales. ¿Cómo podemos entonces distinguir a los estados físicos?

La presencia de los fantasmas nos permite recurrir a un formalismo más poderoso que la CCA: la cuantización BRST (Becchi, Rouet, Stora; Tyutin), o cuantización covariante moderna (CCM). Aquí solo esbozaremos rápidamente las ideas principales. [Para más detalle, ver Polchinski 4.2-4.3, o GSW 3.2.]

El punto de partida es que, aún después de fijar la norma plana $g_{ab} = \delta_{ab}$, nuestro sistema

$$S = \frac{1}{2\pi\alpha'}\int d^2z\, \partial X\cdot\bar{\partial}X + \frac{1}{2\pi}\int d^2z\,(b\bar{\partial}c + \tilde{b}\partial\tilde{c})$$

tiene una simetría global remanente: la llamada transformación BRST

$$\boxed{\begin{aligned} &\delta X^\mu = i\varepsilon(c\partial + \tilde{c}\bar{\partial})X^\mu, \\ &\delta b = i\varepsilon(T^X + T^f), \qquad \delta c = i\varepsilon c\partial c, \\ &\delta\tilde{b} = i\varepsilon(\tilde{T}^X + \tilde{T}^f), \qquad \delta\tilde{c} = i\varepsilon\tilde{c}\bar{\partial}\tilde{c}, \end{aligned}}$$

← difeo con parámetros $\varepsilon c(z)$, $\varepsilon\tilde{c}(\bar{z})$

con ε un parámetro (constante) anticonmutativo.

El teorema de Noether conduce entonces a la corriente conservada

$$j_{BRST}(z) = cT^X + \frac{1}{2}:cT^f: + \frac{3}{2}\partial^2 c \qquad \left(y\ \tilde{j}_{BRST}(\bar{z}) = \tilde{c}\tilde{T}^X + \ldots\right)$$

y por tanto, a la carga BRST

$$Q_{BRST} = \frac{1}{2\pi i}\oint\left(dz\, j_{BRST} - d\bar{z}\,\tilde{j}_{BRST}\right)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(c_n L^X_{-n} + \tilde{c}_n L^X_{-n}\right)$$

$$+ \sum_{m,n=-\infty}^{\infty}\frac{m-n}{2}:\left(c_m c_n b_{-m-n} + \tilde{c}_m\tilde{c}_n\tilde{b}_{-m-n}\right): - (c_0 + \tilde{c}_0)$$

(un objeto fermiónico tal que $Q^{+}_{BRST} = Q_{BRST}$).

Se puede mostrar que los resultados serán invariantes bajo un cambio en la condición de norma

$$N(g,X) = \delta_{ab} - g_{ab} = 0 \longrightarrow N + \delta N$$

si los estados físicos son invariantes bajo BRST, es decir,

$$\boxed{Q_{BRST}|fis\rangle = 0}.$$

Además, el requisito de que Q_{BRST} se conserve aún después del cambio en la condición de norma equivale a

$$\boxed{Q^2_{BRST} = 0},$$

es decir, una propiedad básica de la carga BRST es que debe ser nilpotente. En nuestro caso, esto resulta cumplirse solo si $\boxed{D=26}$, lo cual constituye por tanto una quinta manera de deducir la dimensión crítica (En $D \neq 26$ decimos que hay una anomalía BRST.)

lunes, 15 de abril de 2013
11:27 a.m.

Una consecuencia de $Q_{BRST}^2 = 0$ es que un estado del tipo $Q_B\,|\text{arbitrario}\rangle$ es trivialmente físico, y es además ortogonal a todos los estados físicos (incluido él mismo), es decir, es nulo. Tenemos entonces la relación de equivalencia

$$\boxed{|\psi\rangle \simeq |\psi'\rangle \quad \text{si} \quad |\psi\rangle - |\psi'\rangle = Q_{BRST}\,|\chi\rangle} \; .$$

En matemáticas, cuando se tiene un operador nilpotente como Q_{BRST}, o la derivada exterior d sobre formas diferenciales $A_{(p)} = \frac{1}{p!} A_{\mu_1 \cdots \mu_p} dx^1 \wedge dx^2 \cdots \wedge dx^p$

↑ producto exterior o cuña

($dA_{(p)}$ tiene componentes $(dA)_{\mu_1 \cdots \mu_{p+1}} = \partial_{[\mu_1} A_{\mu_2 \cdots \mu_{p+1}]}$), es habitual utilizar la noción de cohomología para referirse a la construcción recién descrita.

En esta terminología,

los estados físicos, $Q_B|\text{fís}\rangle = 0$, se llaman cerrados,

los nulos, $Q_B|\chi\rangle$, se llaman exactos, y al conjunto de clases de equivalencia

$$[|\psi\rangle] \equiv \{ |\psi'\rangle \mid |\psi'\rangle - |\psi\rangle = Q_B|\chi\rangle \}$$

de estados cerrados módulo exactos

se le llama la cohomología de Q_{BRST},

$$\mathcal{H}_{BRST} \equiv \frac{\mathcal{H}_{cerrados}}{\mathcal{H}_{exactos}} .$$

A cada $[|\psi\rangle]$ se le llama una clase de cohomología.

Podemos clasificar a estos estados con base en su número de fantasma F (y $\tilde{F}$), que es la carga de Noether asociada a la simetría global

$$c \to e^{+i\theta} c \;, \quad b \to e^{-i\theta} b \qquad (\text{con } \theta \text{ conmutativo}),$$

cuya corriente es $j(z) = -:bc:$, y carga

$$F = \sum_{n=1}^{\infty} (c_{-n} b_n - b_{-n} c_n) + c_0 b_0 - \frac{1}{2} .$$

Vemos entonces que

$$F|\downarrow\rangle = -\frac{1}{2}|\downarrow\rangle \;, \text{ y } \begin{matrix} c_{-m}, c_0 \\ b_{-n} \end{matrix} \text{ cambian } F \text{ por } \begin{matrix} +1 \\ -1 \end{matrix} .$$

Es fácil verificar (ya sea a partir de la EPO de j_{BRST} con b, o de las expansiones en modos) que

$$\{Q_{BRST}, b_m\} = L_m^X + L_m^f ,$$

así que podemos lograr que los estados físicos satisfagan la condición de capa de masa

$$L_0^{TOT}|fís\rangle = (L_0^X + L_0^f)|fís\rangle = 0$$

si exigimos como condición adicional que

$$\boxed{b_0|fís\rangle = 0 \quad (y \ \tilde{b}_0|fís\rangle = 0)}$$

$$(\Rightarrow \ L_0^{TOT}|fís\rangle = \{Q_{BRST}, b_0\}|fís\rangle = 0).$$

La parte de fantasmas será entonces del tipo

$$\underbrace{c_{-n_1}\cdots b_{-m_1}\cdots|\downarrow\rangle}_{\text{tal que } Q_{BRST}|fís\rangle = 0}$$

En cada una de las clases de equivalencia que satisfacen esta condición se puede encontrar siempre un estado "sin fantasmas" $|\psi\rangle$ tal que

$$|\psi\rangle = |\psi_X\rangle |\downarrow\downarrow\rangle .$$

Y en este caso,

$$Q_B |\psi_X\rangle |\downarrow\downarrow\rangle$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left[c_{-n} (L_n^X - \delta_{n,0}) + \tilde{c}_{-n} (\tilde{L}_{-n}^X - \delta_{n,0}) \right] |\psi_X\rangle |\downarrow\downarrow\rangle ,$$

así que $Q_B|\psi\rangle = 0$ es equivalente a las condiciones

$$L^X_{n>0} |\psi_X\rangle = 0 = \tilde{L}^X_{n>0} |\psi_X\rangle$$
$$(L_0^X - 1)|\psi_X\rangle = 0 = (\tilde{L}_0^X - 1)|\psi_X\rangle$$

que teníamos en cuantización covariante antigua (CCA).

Podemos notar en particular que la constante de orden $a=1$ (que fue crucial para obtener al gravitón y los bosones de norma vectoriales) en realidad proviene de

$$L_0^{TOT} |\psi_X\rangle |\downarrow\downarrow\rangle = (L_0^X + L_0^f) |\psi_X\rangle |\downarrow\downarrow\rangle ,$$

con

$$L_0^f = \sum_{n=1}^{\infty} n (b_{-n} c_n + c_{-n} b_n) - 1 .$$

A^f (p. 284-5)

En resumen, en la cuantización BRST los estados físicos son clases de cohomología de Q_{BRST}, con número de fantasma $F=-1/2$ (y $\tilde{F}=-1/2$), y como hemos esbozado, esto conduce a los mismos resultados que CCA y CCL.

2. Cuerdas Bosónicas II

Hasta ahora hemos hablado de una cuerda libre, para la cual usamos una hoja de mundo con la topología de un cilindro (en el caso de la cuerda cerrada, una tira en el caso de la cuerda abierta):