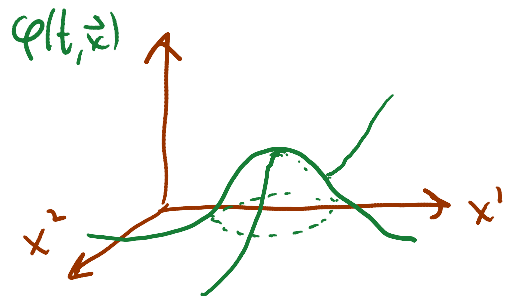


la teoría está fuertemente acoplada ( $g \gg 1$ ), la expansión perturbativa se vuelve completamente inútil, y perdemos nuestros métodos de cálculo y de visualización. Importante, aún cuando  $g \ll 1$  la serie perturbativa NO converge: a orden  $n$  en la expansión tenemos un factor  $g^n \ll 1$ , pero el número de diagramas distintos crece como  $\sim n!$ , de modo que, sin importar que tan chiquito es  $g$ , la serie comienza a diverger cuando  $n \sim 1/g$ . Esto indica que dicha serie NO captura toda la física de la teoría - existe efecto "no perturbativo".

Un ejemplo es la existencia en algunas teorías de excitaciones grandes pero localizadas del campo (soluciones no triviales de la ec. de mov. no lineal, estáticas y con energía finita  $E \sim 1/g^2$ )

conocidas como solitones.

Éstos estados/objetos físicos de la



teoría, que se comportan como partículas grandes y pesadas. La existencia de solitones (junto con varios otros fenómenos)

nos deja claro que el campo es el concepto primario, y las partículas usuales son apenas un tipo de excitaciones de él. **El mundo está hecho de campos.**  
[Clase 1: 29/01/13]

El lenguaje de teoría cuántica de campos impone algunas restricciones genéricas sobre nuestra descripción del micromundo (p.ej., existencia de antipartículas, simetría CPT, conexión entre espín y estadísticas, cancelación de "anomalías" de normas), pero permite gran arbitrariedad: existe un número infinito de teorías de campo distintas, que difieren por el tipo y número de campos, interacciones, masas y acoplamiento, simetrías, la dimensión del espaciotiempo, etc. (Para nuestros propósitos, vale la pena enfatizar en particular que todo lo que hemos dicho se puede generalizar fácilmente de  $3+1$  a  $D$  dimensiones.)

La teoría de campos específica que resume todo lo que sabemos hasta ahora respecto a la composición

microscópica de nuestro universo es el 'Modelo Estándar', que tiene las siguientes propiedades.

• Dimensión: 3+1

• Campos: 2 escalares complejos  $\varphi_+, \varphi_0$  Espín 0  
Higgs  
24 (48) campos de Dirac (Weyl)  
 $u^{c=1,2,3}, d^c; c^c, s^c; t^c, b^c$  Espín  $\frac{1}{2}$   
Quarks  
 $\nu_e, e; \nu_\mu, \mu; \nu_\tau, \tau$  Espín  $\frac{1}{2}$   
Leptones

4 componentes  
complejos c/u

12 campos vectoriales

$W_\mu^{a=1,2,3}, B_\mu$  Espín 1  
bosones electrodébiles  
 $G_\mu^{b=1,\dots,8}$  Espín 1  
gluones

• Simetría/redundancia local o 'de norma':

$$\mathcal{G}_{ME} = \underbrace{SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y}_{\det=1} \quad \leftarrow M^\dagger = M^{-1}$$

'Rotaciones' que actúan sobre los campos, y pueden ser distintas en cada x

p.ej.,  $\exp[i\theta^a \frac{\sigma^a}{2}] \in SU(2)_I$

$SU(3)_c$  está asociado a (y determina) la interacción fuerte, transmitida por el campo gluónico  $G_\mu^b$  y generada/experimentada por objetos con el tipo de carga que llamamos color (índices  $c, b$ ).

$SU(2)_I \times U(1)_Y$  está asociado/determina la interacción electrodébil con la parte de  $SU(2)_I$  transmitida por  $W_\mu^a$  y generada por la carga que llamamos isospin débil, y el factor  $U(1)_Y$  transmitida por  $B_\mu$  y generada por la carga que llamamos hipercarga.

• Representaciones de  $\mathcal{G}_{ME}$ :

$G_\mu^b, W_\mu^a, B_\mu$  transforman como grupos de normas (rep. 'adjuntas')

$$\text{p.ej.}, W_\mu^a(x) \frac{\sigma^a}{2} \rightarrow U(x) \left[ W_\mu^a(x) \frac{\sigma^a}{2} + \frac{i}{g_2} \partial_\mu \right] U^\dagger(x)$$

$\uparrow$   
 $\exp[i\theta^a(x) \frac{\sigma^a}{2}] \in SU(2)_I$

Quarks  $\begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} d^1 \\ d^2 \\ d^3 \end{pmatrix}, \dots \in$  rep. fundamental (3)  
 (matrices  $3 \times 3$  multiplican desde izquierda) de  $SU(3)_c$  dim

Leptones y Higgs  $\nu_e, e, \dots, \varphi_+, \varphi_0 \in$  rep. trivial (1)  
 de  $SU(3)_c$  (neutros). dim

Quarks de "quiralidad" izquierda  $(\psi_{\mathbb{I}}(x) \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi_{\text{Dirac}}(x))$   
 Matriz de Dirac  $i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$   
 $\sim$  espinor de Weyl izquierda  
 $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{\mathbb{I}}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{\mathbb{I}}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{\mathbb{I}} \in \text{rep. fundamental } (\underline{2})$   
 de  $SU(2)_{\mathbb{I}}$

y tienen (hiper)carga  $Y = +1/6$  bajo  $U(1)_Y$ .

Quarks 'derechos'  $(\psi_{\mathbb{D}}(x) \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\psi_{\text{Dirac}}(x))$   
 $\sim$  espinor de Weyl derecho  
 $u_b, d_b, c_b, s_b, t_b, b_b \in \text{rep. trivial } (\underline{1})$  de  $SU(2)_{\mathbb{I}}$   
 (neutros), y tienen  $Y = +2/3, -1/3, +2/3, -1/3, +2/3, -1/3$ .

El Modelo Estándar distingue entre derechos e izquierdos, es decir, es una teoría "quiral".

Leptones izquierdos

$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_{\mathbb{I}}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_{\mathbb{I}}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_{\mathbb{I}} \in \text{rep. fundamental } (\underline{2})$

de  $SU(2)_{\mathbb{I}}$ , y tienen  $Y = -1/2$  bajo  $U(1)_Y$ .

Leptones derechos  $\nu_{eD}, e_D, \nu_{\mu D}, \mu_D, \nu_{\tau D}, \tau_D$   
 $\in \text{rep. trivial } (\underline{1})$  de  $SU(2)_{\mathbb{I}}$  (neutros), y  
 tienen  $Y = 0, -1, 0, -1, 0, -1$ .

Notar triplicación de propiedades de quarks y leptones:  
decimar que existen 3 generaciones (cada una debe aparecer completa para tener cancelación de "anomalías").

Higgs  $\Phi \equiv \begin{pmatrix} \varphi_+ \\ \varphi_0 \end{pmatrix} \in \text{rep. fundamental } (2) \text{ de } SU(2)_\pm$   
y tiene  $Y = +1/2$ .

- Lagrangiano: esencialmente la expresión más general para los campos, grupo y reps. dados, con el requisito de ser 'renormalizable'.

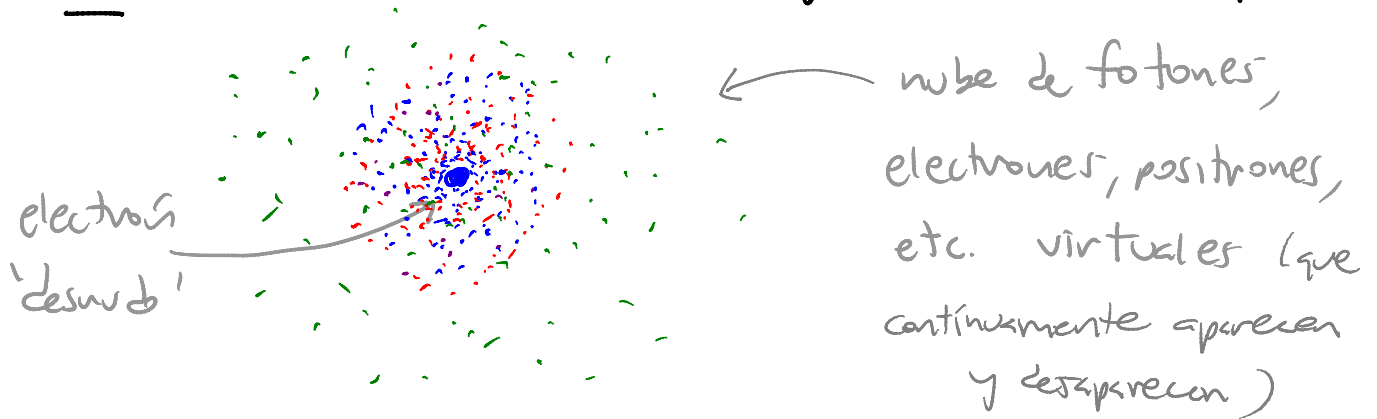
Renormalizar significa reescribir las predicciones de una teoría de campos en términos de parámetros (masas, acoplamientos, etc.) experimentalmente medibles (parámetros 'vertidos' o renormalizados), en lugar de los parámetros abstractos que figuran en  $\mathcal{L}$  (parámetros 'desnudos').

Pej., lo que en ausencia de interacciones hubiera sido el propagador de un electrón,  $\longrightarrow$ , en la teoría

Con interacciones (digamos, en QED) es reemplazado por



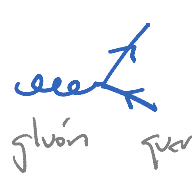
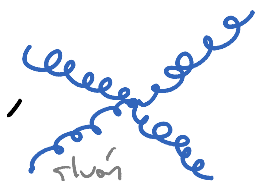
(donde la constante de acoplamiento en cada vértice es proporcional a la carga eléctrica del electrón). Es decir, en términos de los ingredientes básicos de la expansión perturbativa, debemos visualizar a una partícula física (o 'vestida') como un objeto bastante complicado,



cuyas propiedades (masa, carga eléctrica, etc.) dependen de la distancia a la cual lo examinemos.

Se dice que una teoría cuántica de campos es renormalizable si todos las predicciones se pueden expresar en términos de un número finito de

cantidades "medibles" (p.ej., en el caso de QED, serían la masa y carga del electrón físico, así como la normalización de los campos  $A_\mu(x), e(x)$ ), y no renormalizable si hacen falta un número infinito de datos experimentales (situación que claramente no es muy feliz).

En el caso del ME, la renormalizabilidad solo nos permite tener ciertos vértices de interacción cúbicos (p.ej., ) y cuárticos (p.ej., ).

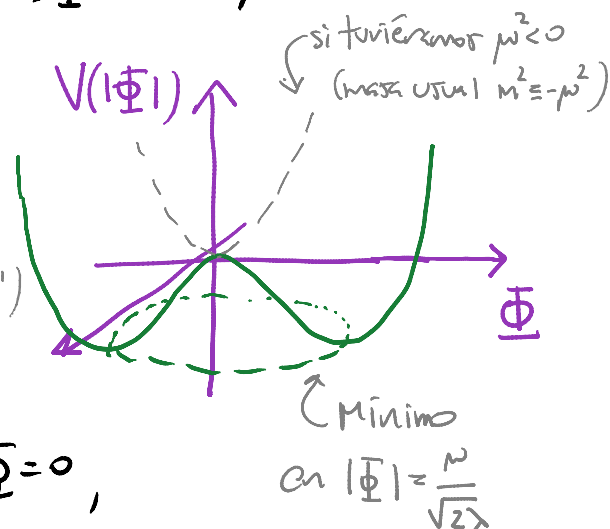
- Simetría del vacío: invariante bajo  $SU(3)_c$ , y solo bajo 1 cierta combinación de las 4 rotaciones independientes en  $SU(2)_I \times U(1)_Y$ .

Para lograr esto,  $\mathcal{L}$  incorpora

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2,$$

$\mu^2 > 0$  ( $m^2 \equiv -\mu^2 < 0$ , "taquión")

de tal forma que el valor energéticamente preferido no es  $\Phi = 0$ ,





que hubieran sido el único valor invariante bajo la simetría electrodébil. Así como la presencia de los silleros, etc. en este salón hace que no sea obvia la invariancia bajo rotaciones espaciales, al adoptar el campo de Higgs un valor esperado en el vacío,

$$\langle 0 | \hat{\Phi} | 0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

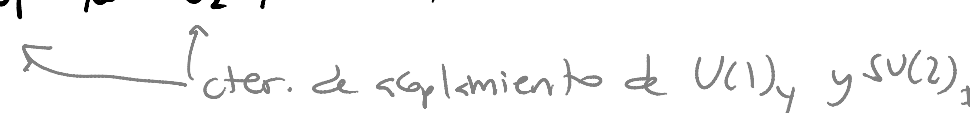
solo queda manifiesta una combinación específica de las 'rotaciones' asociadas a  $W_N^3$  y  $B_N$ .

Decimos que el vacío rompe (espontáneamente) la simetría electrodébil,

$$SU(2)_I \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{EM}.$$

La simetría remanente  $U(1)_{EM}$  tiene asociado como campo de norma a

$$A_N \equiv \frac{1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \left( g_1 W_N^3 + g_2 B_N \right),$$


 cter. de acoplamiento de  $U(1)_Y$  y  $SU(2)_I$

que se mantiene SIN masa. Este resulta ser el

Campo electromagnético, que se acopla a la carga

eléctrica  $Q \equiv T^3 + Y$

↑ generador de  $SU(2)_I = \begin{cases} 0 & \text{en } \frac{1}{2} \text{ de } SU(2)_I \\ \frac{\sigma^3}{2} & \text{en } \frac{2}{2} \text{ de } SU(2)_I \end{cases}$

La combinación ortogonal

$$Z_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} (g_2 W_\mu^3 - g_1 B_\mu)$$

así como  $W^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp i W_\mu^2)$ , adquieren masas

$$m_Z = \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \frac{\mu}{2\sqrt{\lambda}} \quad \text{y} \quad m_W = g_2 \frac{\mu}{2\sqrt{\lambda}} \quad . \quad \text{Este es}$$

el famoso 'mecanismo de Higgs'.

• Parámetros:

\* 3 constantes de acoplamiento  $g_1, g_2, g_3$

o, equivalentemente,  $\alpha_n \equiv \frac{g_n^2}{4\pi}$ , para interacciones asociadas a  $U(1)_Y, SU(2)_I, SU(3)_C$ , respectivamente.

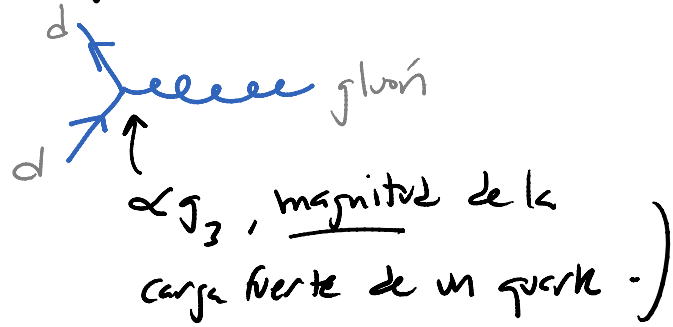
(P.ej., para la interacción fuerte, la derivada

Covariante  $D_\mu \equiv \partial_\mu - ig_3 T^b G_\mu^b$

↑ 8 generadores de  $SU(3)_C$       ↑ suma sobre índices repetidos      ↑ campo gluónico

da lugar a términos en el lagrangiano  $\mathcal{L}_{ME}$  como

$$g_3 G^b_{\mu\nu} \bar{d}_c \gamma^\mu T^b_{cc'} d_{c'}$$



Los acoplamientos/cargas  $g_1, g_2, g_3$  de hecho NO son constantes: por efecto de la nube de partículas virtuales, dependen de la energía del proceso.

Para energías  $E \gg$  masas, los acoplamientos 'corren' de acuerdo con

$$\alpha_n(E) = \frac{\alpha_n(E_0)}{1 + \frac{b_n}{2\pi} \alpha_n(E_0) \ln\left(\frac{E}{E_0}\right)}$$

← energía arbitraria de referencia

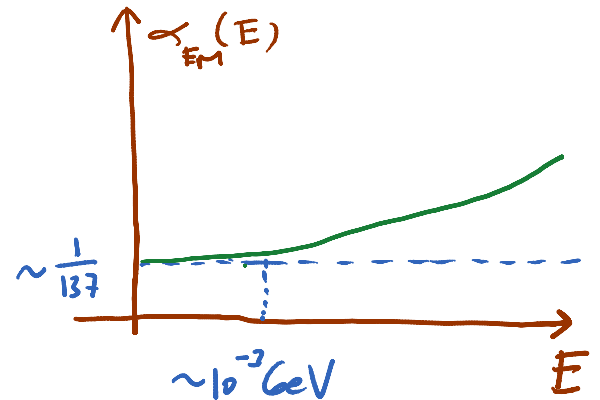
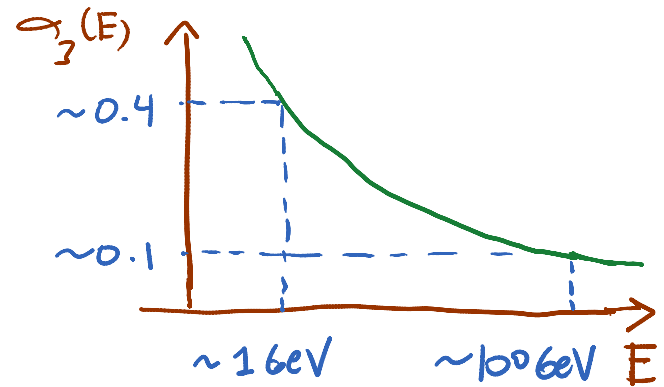
con  $b_n = \begin{cases} \frac{11}{3} \cdot 3 - \frac{2}{3} N_f & n=3 \\ \frac{11}{3} \cdot 2 - \frac{2}{3} N_f & n=2 \\ 0 - \frac{2}{3} N_f & n=1 \end{cases}$

rangos n de SU(n)      número de fermiones en rep. fundamental

$b_n > 0 \Rightarrow \alpha_n(E) \downarrow$   
 "Libertad asintótica"  
 $b_n < 0 \Rightarrow \alpha_n(E) \uparrow$   
 "Eslavitud asintótica"

En particular,  
 - QCD se vuelve fuertemente  
 acoplada en  
 $E \lesssim \Lambda_{\text{QCD}} \sim 0.2 \text{ GeV}$

- QED por sí sola se vuelve  
 fuertemente acoplada en  
 $E \sim E_{\text{polo de Landau}} \sim 10^{250} \text{ GeV}$



\* 9+3 parámetros de masa  $m_e, m_u, \dots, m_{\nu_e}, \dots$ ,  
 que, a través de la historia del Higgs, provienen de  
 'acoplamiento de Yukawa' ( $\sim$  escalar  $\cdot$  fermión  $\cdot$  fermión).

P.ej.,  $m_e \bar{e}e = m_e (\bar{e}_I e_D + \bar{e}_D e_I)$  proviene de

$\sim \lambda_e (\bar{\nu}_e \bar{e})_I \begin{pmatrix} \varphi_+ \\ \varphi_0 \end{pmatrix} e_D + \text{conjugado hermitiano}$ ,

$\leftarrow$  adquiere valor esperado  $\frac{\mu}{\sqrt{2}\lambda}$

de tal forma que  $m_e = \lambda_e \frac{\mu}{\sqrt{2}\lambda}$ .

\* 3 ángulos  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  y 1 fase en la llamada  
matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa ( $\equiv$  CKM)

o matriz de mezcla de los quarks  
 + 3 ángulos y 1 fase en la llamada matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata ( $\equiv$  PMNS)  
 o matriz de mezcla de los leptones,  
 que parametrizan la relación entre los estados de quark/leptones que tienen masas bien definidas y aquéllas que figuran de manera simple en la interacción débil (unos son combinaciones lineales de los otros).

\* 2 parámetros  $\mu$  y  $\lambda$  del potencial  $V(\Phi)$ ,  
 (o equivalentemente,

1 masa del bosón de Higgs  $m_H = \sqrt{2}\mu^2$  ↙ clásicamente

$$\left( \Phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mu}{\sqrt{2}\lambda} \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ H(x) \end{pmatrix} \right)$$

↖ valor de fondo

↖ fluctuación

y 1 masa del  $Z$   $m_Z = \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \frac{\mu}{2\sqrt{\lambda}}$  ).

Total  $\sim 3 + 12 + 8 + 2 = 25$  parámetros.

El Modelo Estándar funciona estupendamente: sus predicciones han sido confirmadas con muy alta precisión en cientos de experimentos (incluyendo, hasta ahora, los del LHC).

Aún así, tenemos claro que No puede ser la última palabra, porque parece limitaciones como las siguientes.

### "Problemas" Estéticos

- ¿Por qué  $\sim 26$  (16) campos? } ¿Acaso podemos describir el  
 - ¿Por qué 3 generaciones? } universo con menor  
 ingredientes básicos?

- ¿Por qué los  $\sim 25$  parámetros tienen los valores que tienen? P.ej.,  $\frac{m_{\nu_e}}{m_t} \sim 10^{-11}$ ,  $\frac{m_u}{m_t} \sim 10^{-5}$ ,  $\theta_{QCD} < 10^{-9}$ .

¿Explicación para números pequeños?

↑ "Problema de CP fuerte"

- ¿Por qué simetría  $\mathcal{M}_{ME}$ ? ¿Acaso podemos descubrir mayor unificación de las fuerzas?

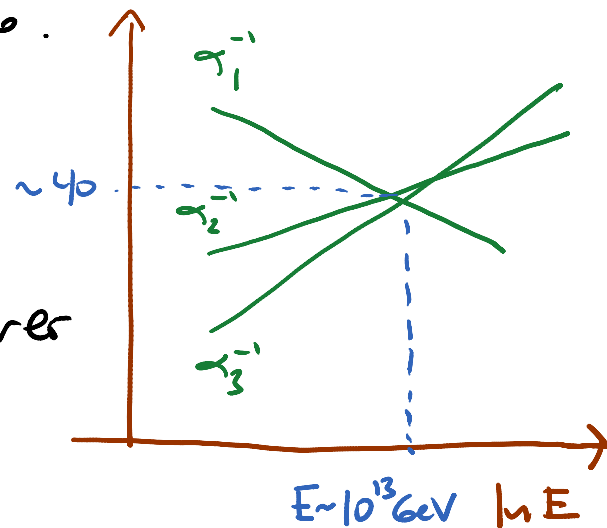
P.ej., en las Teorías de Gran Unificación (GUT), las interacciones fuerte y electrodébil se combinan en una sola,

$$SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y \subset SU(5), SO(10), E_8$$

←  
ruptura espontánea a escala  $M_{GUT}$  .

En este caso,  $g_1, g_2, g_3$  no serán independientes.  
 Pej., en  $SU(5)$ ,  $g_5 = g_3 = g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} g_1$  a  $E = M_{GUT}$ .  
 El crecimiento crocido de los acoplamiento implicaría  
 entonces que  $g_3 > g_2 > g_1$  a energías más bajas, lo  
 cual concuerda con lo observado.

En más detalle, se encuentra  
 que al extrapolar los valores  
 crocidos de las  $g_n$  hacia mayores  
 energías, casi se cruzan, con  
 $M_{GUT} \sim 10^{13}$  GeV.



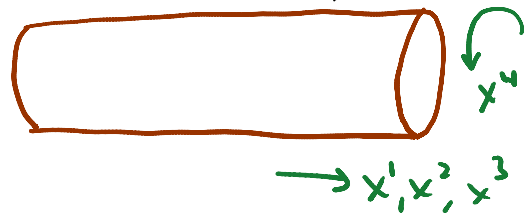
Pero no funciona del todo. (Además, el modelo  $SU(5)$   
 más sencillo predice decaimiento del protón demasiado  
 rápido.)

Si somos más ambiciosos, buscaríamos unificar también  
 con la interacción gravitacional, cuya escala característica

parece ser la escala de Planck,  $M_P \equiv \frac{1}{\sqrt{G_N}} \sim 10^{19} \text{ GeV}$ .

Una objeción curiosa en esta dirección fue hecha por Kaluza y Klein hace 80-90 años: si postulamos la existencia de una cuarta dimensión especial que es circunferencia con circunferencia  $2\pi R$ ,

$$x^4 \simeq x^4 + 2\pi R$$



entonces al desarrollar los campos en modos de Fourier, el momento 4 debe ser discreto,  $p_4 = \frac{n}{R}$ ,

$$\phi(x^\mu, x^4) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{n}{R}x^4} \phi_n(x^\mu)$$

← serie, en lugar de transformada, de Fourier

y un observador ignorante de la existencia de  $x^4$  interpretaría a cada campo 5-dimensional  $\phi(x^\mu, x^4)$  como una colección de un número infinito de campos 4-dimensionales  $\phi_n(x^\mu)$ , conocidos como modos de Kaluza-Klein (KK). Si la masa 5-dimensional es



$$M_{(5)}^2 \equiv \underbrace{p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2}_{\equiv M_{(4)}^2} - \underbrace{p_4^2}_{\left(\frac{n}{R}\right)^2}, \quad \text{entonces para el}$$

observador 4-dimensional) el campo  $\varphi_n$  tiene masa

$$M_{(4)}^2 = M_{(5)}^2 + \left(\frac{n}{R}\right)^2.$$

Si  $R$  es suficientemente pequeño, entonces solo puede detectar el modo con  $n=0$ , que es constante a lo largo de  $x^4$ . Es decir, la quinta dimensión se vuelve indetectable. (Este truncamiento se conoce como reducción dimensional.)

En el caso de campos con índices espaciotemporales, el observador 4-dimensional interpreta los diversos componentes como distintos campos, dependiendo de si el índice se toma a lo largo de las direcciones visibles  $x^\mu$  o la oculta  $x^4$ .

La importancia de esto para la gravedad es que, en el caso de la métrica que describe la dinámica del

espaciotiempo 5-dimensional,  $\int_{MN}^{(5)}(x^M, x^N)$   $M, N = \underbrace{0, 1, 2, 3, 4}_M$ ,  
el observador 4-dimensional encuentra:

- una métrica 4-dim  $g_{\mu\nu}^{(4)}(x^\mu)$  (+ modo KK)

- un campo vectorial  $A_\mu^{(4)}(x^\mu) \sim \int_{\mu 4}^{(5)}(x^\mu)$  (+ KK)

- un campo escalar  $\varphi^{(4)}(x^\mu) \sim \int_{44}^{(5)}(x^\mu)$  (+ KK)

¡ Y Kaluza mostró que la dinámica de  $A_\mu^{(4)}$

coincide con la del campo electromagnético!

Esta fue la primera propuesta de unificación de la gravedad con otra fuerza fundamental. Propone más dimensiones con formas más complicadas que círculos, se pueden obtener campos de norma no abelianos.

(Desafortunadamente, la carga es precisamente  $n$ , y además no se pueden obtener teorías de norma quirales, como es el caso del Modelo Estándar.)

- Problema de Jerarquía: ¿Por qué la escala de rompimiento electrodébil,  $M_{ED} \sim 10^2 \text{ GeV}$ , es tan

ridículamente pequeña comparada con los supuestos  
escalas fundamentales  $M_{\text{GUT}}$  ó  $M_p \sim 10^{13} - 10^{19}$  GeV?  
Más técnicamente, esto se manifiesta como una  
situación muy poco natural en la masa del bosón  
de Higgs:

$$\underbrace{m_{H,\text{fis}}^2}_{\text{Masa física}} = \underbrace{m_{H,0}^2}_{\text{Masa desnuda}} + \underbrace{\delta m_H^2}_{\text{Correcciones por partículas virtuales con energías arbitrariamente altas}}$$

Esperamos  $\delta m_H^2 \sim M_p^2 \sim (10^{19} \text{ GeV})^2$  o similar,  
así que para lograr  $m_{H,\text{fis}}^2 \sim (10^2 \text{ GeV})^2$ , hace falta  
una cancelación en precisión de muchos dígitos.  
(Este problema se manifiesta específicamente en el  
Higgs porque es el único campo escalar. Para  
fermiones y campos de norma, se cancelan vezas  
por las cuales resulta más natural que sean ligeros.)

Entre las soluciones propuestas, destacan 2:

\* Supersimetría, es decir, una simetría novedosa que emparentará bosones con fermiones. Concretamente, por cada bosón (fermión) que conozcamos existirá un fermión (bosón) que no conozcamos, conocida como su 'superpareja' (para el electrón, el selectrón; para el fotón, el fotino; etc.), y la acción será invariante bajo 'rotaciones fermiónicas' que los mezclan. Esto implica en particular que las superparejas tienen la misma masa y los mismos acoplamiento.

En este caso, las contribuciones cuánticas de bosones y fermiones a  $\delta m_H^2$  se cancelan (porque los lazos fermiónicos incluyen un factor de  $-1$ ), y tendríamos  $m_H^2 = m_{H,0}^2$  si la supersimetría no estuviera rota. Pero, por supuesto, tiene que estar rota a cierta escala  $M_{SUSY} > M_{FD}$  (porque no hemos visto aún a las superparejas) y tendríamos entonces  $\delta m_H^2 \sim M_{SUSY}^2$ .