miércoles, 23 de noviembre de 2011
05:34 p.m.

$$\propto \underbrace{\hat{L}_{-1}\,\hat{a}^{i\,\dagger}_{+1}|0;p\rangle}_{\text{estado ``espurio''}},$$

en virtud de lo cual son totalmente irrelevantes,

$$|\varepsilon;p\rangle \equiv \varepsilon_{\mu\nu}\,\hat{a}^{\mu\,\dagger}_{-1}\,\hat{a}^{\nu\,\dagger}_{+1}|0;p\rangle$$

$$\simeq |\varepsilon';p\rangle \quad \text{si} \quad \varepsilon'_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu} + p_\mu \zeta_\nu + \xi_\mu p_\nu$$

vectores arbitrarios

(esta expresión está escrita en forma covariante bajo Lorentz, por lo que captura la forma que toma la equivalencia en cualquier marco de referencia).

Los estados físicos independientes para este nivel de oscilación de la cuerda son entonces $(D-2)^2$:

$|\varepsilon_{\mu\nu};p^\lambda\rangle$ con coeficientes $\varepsilon_{\mu\nu}$ que <u>transforman</u> bajo Lorentz como un <u>tensor</u> de rango $(0,2)$, y son tales que, en el marco donde $p^\lambda = (p^1, p^1, 0, 0, \cdots)$, solo $\varepsilon_{ij} \neq 0$, con $i,j = 2,3,\cdots,D-1$.

miércoles, 23 de noviembre de 2011
05:47 p.m.

Por tener etiquetas adicionales al D-momento p^λ, estos estados son equivalentes a estados de una partícula CON espín. De hecho, se trata de más de un tipo de partícula, porque la combinación más general

$$|\varepsilon_{\mu\nu}; p^\lambda\rangle \equiv \varepsilon_{\mu\nu}\, \hat{a}_{-1}^{\mu\dagger}\, \hat{a}_{+1}^{\nu\dagger}\, |0;p\rangle$$

se puede descomponer en 3 familias distintas que NO se mezclan entre sí bajo Lorentz:

$$|\varepsilon_{\mu\nu}; p^\lambda\rangle = |\varepsilon^S_{\mu\nu}; p^\lambda\rangle + |\varepsilon^A_{\mu\nu}; p^\lambda\rangle + |\varepsilon\eta_{\mu\nu}; p^\lambda\rangle$$

con $\varepsilon^S_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}(\varepsilon_{\mu\nu} + \varepsilon_{\nu\mu}) - \varepsilon\eta_{\mu\nu}$

$$\varepsilon^A_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}(\varepsilon_{\mu\nu} - \varepsilon_{\nu\mu})$$

$$\varepsilon \equiv \frac{1}{D}\eta^{\lambda\rho}\varepsilon_{\lambda\rho}$$ (traza de la matriz $\varepsilon^\lambda{}_\rho$)

$$\left(\Rightarrow \varepsilon_{\mu\nu} = \varepsilon^S_{\mu\nu} + \varepsilon^A_{\mu\nu} + \varepsilon\eta_{\mu\nu}\right).$$

Obtenemos entonces 3 tipos de partículas distintos:

miércoles, 23 de noviembre de 2011
06:06 p.m.

i) $\varepsilon\, \eta_{\mu\nu}\, \hat{a}_{-1}^{\mu\dagger}\, \hat{a}_{+1}^{\nu\dagger} |0;p\rangle$ con $p^2=0$,
y ε un coeficiente invariante bajo Lorentz.
Estos son los estados de una nueva partícula sin espín, ahora con $m^2=0$, que llamamos dilatón. Es una pequeña fluctuación en un nuevo campo escalar $\varphi(x)$, que es no masivo.

ii) $\varepsilon^A_{\mu\nu}\, \hat{a}_{-1}^{\mu\dagger}\, \hat{a}_{+1}^{\nu\dagger} |0;p\rangle$ con $p^2=0$,

$\varepsilon^A_{\mu\nu} = -\varepsilon^A_{\nu\mu}$ y $\varepsilon^A_{\mu\nu} \simeq \varepsilon^A_{\mu\nu} + p_\mu J_\nu - J_\mu p_\nu$. ← arbitrario

Estos son los estados de una partícula no masiva cuyo campo asociado es un tensor de rango (0,2) antisimétrico, $B_{\mu\nu}(x)$, que llamamos el campo de Kalb-Ramond.
La partícula misma por alguna razón no tiene un nombre habitual; a mí me gusta llamarla el antisimetricón.

miércoles, 23 de noviembre de 2011
06:23 p.m.

En términos del campo, la equivalencia

$$\mathcal{E}^A_{\mu\nu} \simeq \mathcal{E}^A_{\mu\nu} + p_\mu \zeta_\nu - \zeta_\mu p_\nu$$

corresponde a

$$B_{\mu\nu}(x) \simeq B_{\mu\nu}(x) + \partial_\mu \zeta_\nu(x) - \partial_\nu \zeta_\mu(x)$$

función arbitraria

que es una generalización de la transformación de norma que nos es familiar para el campo electromagnético,

$$A_\mu(x) \simeq A_\mu(x) + \partial_\mu \zeta(x) \quad .$$

función arbitraria

(Este campo resulta tener un papel importante en la teoría de cuerdas: así como una partícula (0 dim) puede estar cargada bajo el campo de norma $A_\mu(x)$ (con 1 índice), a través del término de interacción (p.195)

$$S_{int} = q \int d\tau \, A_\mu(X(\tau)) \, \partial_\tau X^\mu(\tau) \quad ,$$

la cuerda (1 dim) de hecho está cargada

miércoles, 23 de noviembre de 2011
06:38 p.m.

bajo el campo de norma $B_{\mu\nu}(x)$ (con 2 índices),
a través de

$$S_{int} = \rho \int d\tau\, d\sigma\, B_{\mu\nu}(X(\tau,\sigma))\, \partial_\tau X^\mu(\tau,\sigma)\, \partial_\sigma X^\nu(\tau,\sigma).$$

densidad de carga = tensión T

iii) $\varepsilon^S_{\mu\nu}\, \hat{a}^{\mu t}_{-1}\, \hat{a}^{\nu t}_{+1} \,|0;p\rangle$ con $p^2 = 0$,

arbitrario

$$\varepsilon^S_{\mu\nu} = \varepsilon^S_{\nu\mu} \quad y \quad \varepsilon^S_{\mu\nu} \simeq \varepsilon^S_{\mu\nu} + p_\mu \xi_\nu + \xi_\mu p_\nu$$

Estos estados coinciden con los de una partícula no masiva asociada a un campo tensorial sin masa de rango (0,2) simétrico, $h_{\mu\nu}(x)$, que es exactamente lo que se obtiene al cuantizar la métrica del espaciotiempo, separando

¡No confundir con $h_{ab}(\tau,\sigma)$!

$$G_{\mu\nu}(x) \equiv \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x)$$

valor promedio (fondo plano) — fluctuaciones (cuantizar)

miércoles, 23 de noviembre de 2011
06:49 p.m.

La partícula asociada a $h_{\mu\nu}(x)$, que hemos obtenido aquí como un modo de vibración de la cuerda, tiene $m^2=0$ y espín 2, y se conoce como gravitón.

En términos de $h_{\mu\nu}(x)$, la equivalencia

$$\varepsilon^s_{\mu\nu} \simeq \varepsilon^s_{\mu\nu} + p_\mu \xi_\nu + p_\nu \xi_\mu$$

se traduce en

$$h_{\mu\nu}(x) \simeq h_{\mu\nu}(x) + \partial_\mu \xi_\nu(x) + \partial_\nu \xi_\mu(x) \quad ,$$

función arbitraria

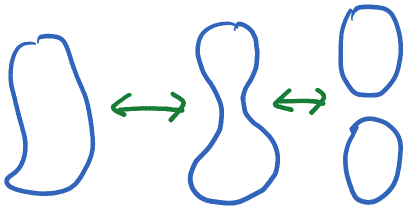
que es justamente la regla de transformación de la métrica $G_{\mu\nu}(x)$ bajo un cambio de coordenadas infinitesimal en el espaciotiempo

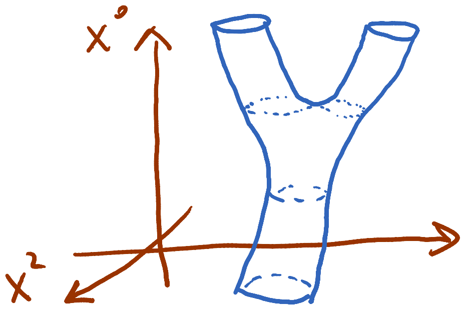
$$x^\mu \longrightarrow x'^\mu = x^\mu + \xi^\mu(x) \, .$$

Concluimos entonces que, al estudiar la teoría de cuerdas, inevitablemente estamos estudiando en particular la dinámica de los campos no masivos $\varphi(x)$, $B_{\mu\nu}(x)$,

¿y el campo gravitacional $G_{\mu\nu}(x)$?

Hasta aquí estos campos son libres, porque apenas hemos cuantizado a la cuerda libre.
Existe sin embargo una manera natural (y única) de hacer que las cuerdas se vuelvan interactuantes, simplemente permitiendo el proceso





.

Al hacer los cálculos correspondientes [ver, p.ej., los libros de Green, Schwarz, Witten o Becker, Becker, Schwarz] se encuentra que la manera específica en que $h_{\mu\nu}(x)$ interactúa consigo mismo se puede resumir en una acción espaciotemporal con la forma esquemática

miércoles, 23 de noviembre de 2011
07:50 p.m.

$$S[h] \sim \int d^Dx \left\{ \underbrace{\partial h \partial h}_{\text{término cinético}} + \underbrace{g_c}_{\substack{\text{constante}\\ \text{de acoplamiento}\\ \text{de cuerdas}}} \ell_c^{\frac{D-2}{2}} \Big[\partial h \partial h\, h + \ell_c^2 \partial^2 h \partial h \partial h + \ell_c^4 \partial^2 h \partial^2 h \partial^2 h \Big] + \text{términos cuárticos} + \text{etc.} \right\}.$$

En términos de $G_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x)$, esto equivale a

$$S[G_{\mu\nu}] \sim \frac{1}{16\pi G_N} \underbrace{\int d^Dx \sqrt{-\det G_{\mu\nu}} \Big\{ \overbrace{R}^{\text{escalar de curvatura}}}_{\text{Acción de Einstein-Hilbert}} + \underbrace{\ell_c^2 R^2 + \ell_c^4 R^3 + \dots}_{\substack{\text{Correcciones específicas}\\ \text{a Einstein (relevantes}\\ \text{a distancias } \lesssim \ell_c)}} \Big\}$$

$G_N \sim g_c^2 \ell_c^{D-2}$

¡¡Relatividad General!!

Ha ocurrido un milagro aquí: a partir de cuerdas + mecánica cuántica + relatividad <u>especial</u>, ¡¡hemos obtenido como predicción a la <u>relatividad general</u> (en un formalismo cuántico consistente)!!

(Más aún, podemos recordar que a nivel de la hoja de mundo estábamos simplemente trabajando ¡con una teoría de campos escalares <u>libres</u> en 1+1 dim!)

- $\boxed{N = \tilde{N} = 2 \;\leftrightarrow\; m^2 = \frac{4}{\ell_c^2}}$: el estado más general es

$$\left(\varepsilon_{\mu\nu}\, \hat{a}_{-1}^{\mu\,\dagger} \hat{a}_{-1}^{\nu\,\dagger} + \varepsilon_{\lambda}\, \hat{a}_{-2}^{\lambda\,\dagger} \right) \left(\tilde{\varepsilon}_{\rho\gamma}\, \hat{\tilde{a}}_{+1}^{\rho\,\dagger} \hat{\tilde{a}}_{+1}^{\gamma\,\dagger} + \tilde{\varepsilon}_{\alpha}\, \hat{\tilde{a}}_{+2}^{\alpha\,\dagger} \right) |0;p\rangle$$

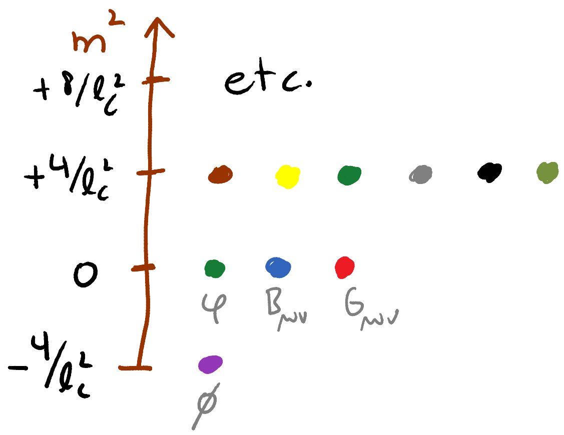
coeficientes arbitrarios

con $p^2 = -\frac{4}{\ell_c^2}$.

Se puede mostrar que el requisito de eliminar los estados con norma negativa ¡impone una restricción sobre la dimensión del espaciotiempo, $D \leq 26$!

- etc.

Al incluir todos los posibles modos de vibración de la cuerda, se obtienen estados que corresponden a una torre infinita de partículas con masas progresivamente más altas.

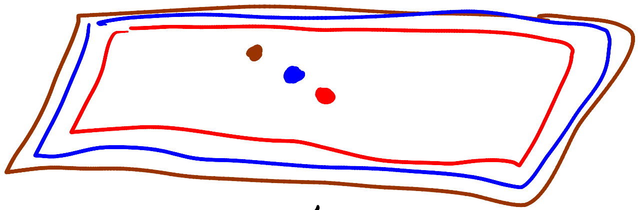


Se evitan por completo los estados con norma negativa y se tiene acuerdo total con la cuantización por el método I ("norma del cono de luz")

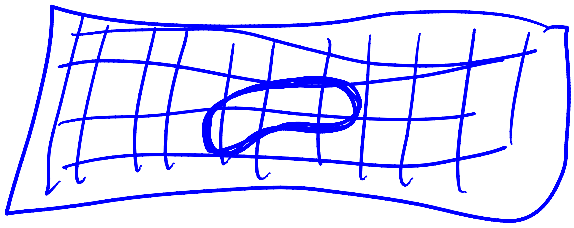
solo si $\boxed{D = 26 \;\; \text{dimensión "crítica"} \;\; \text{y} \;\; c = 1}$.

jueves, 24 de noviembre de 2011
08:41 a.m.

Con lo que hemos visto, podemos entender ya el hecho de que, como prometimos al principio del curso, la propuesta básica de la teoría de cuerdas es



reemplazar al espaciotiempo + 'gelatinas' (campos) del Modelo Estándar por una sola 'multigelatina'



(campo de cuerdas ~ colección infinita de campos habituales) cuyas excitaciones son unidimensionales.

Evidentemente esto es apenas el principio de la historia. Si te interesa aprender más sobre el tema, consulta p.ej. los libros Green, Schwarz, Witten (viejo) Becker, Becker, Schwarz (más actualizado).

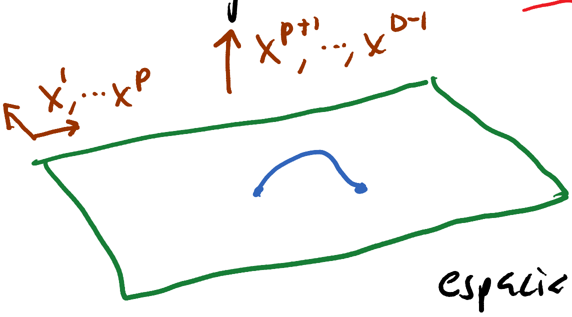
En el camino uno descubre muchas cosas interesantes e inesperadas, como p.ej.:

- El hecho de que las supercuerdas dan lugar a estados de partícula tanto bosónicos como fermiónicos

jueves, 24 de noviembre de 2011
08:58 a.m.

(normalmente con supersimetría) y exigen $D=10$.

- La existencia de branas, objetos extendidos no perturbativos. En la mayoría de las teorías de cuerdas, éstas incluyen a las D-branas ("D" ≡ Dirichlet): una



Dp-brana es un objeto dinámico extendido en p dimensiones espaciales, ¡cuyas pequeñas excitaciones son descritas por cuerdas abiertas!

Entre los modos de excitación de la D-brana / cuerda abierta, se encuentra siempre un campo de norma $A_\mu(x)$, que es automáticamente no abeliano si hay más de 1 Dp-brana presente.

Por esta razón, las D-branas resultan útiles para construir posibles modelos de física más allá del Modelo Estándar, y han sido cruciales para muchos otros avances, incluyendo la deducción de la correspondencia holográfica o norma/gravedad (p.100).

jueves, 24 de noviembre de 2011
09:14 a.m.

- Un cambio profundo en nuestra concepción del espaciotiempo, que incluye equivalencias sorprendentes entre espacios chicos y grandes ("dualidad T") o con distinta topología ("simetría de espejo"), y situaciones en las cuales el espaciotiempo se entiende como un concepto aproximado, válido solo a bajas energías ("teoría de Matrices", correspondencia holográfica).

- Equivalencias altamente no triviales entre teorías de cuerdas aparentemente distintas ("dualidad T", "dualidad S", correspondencia holográfica, ...)

- Unificación de todas las teorías de cuerdas en un solo marco, conocido como Teoría M.

- Y mucho más ...

L28: 24/11/11, +0.5h y a la carrera