3) Al menos a nivel perturbativo, existe un enorme número de soluciones a las ecs. de mov. de cuerdas, que determinan los 'valores de fondo' de los diversos campos (incluyendo a la métrica). Cada solución representaría un posible universo. ¿Cuántas y cuáles de las soluciones aproximadas que tenemos corresponden a soluciones exactas? ¿1? ¿300? ¿10^{500}?

4) Quisiéramos encontrar al menos 1 solución que a 'bajas' energías reproduzca exactamente al Modelo Estándar (+ pequeñas correcciones), para hacer contacto definitivo con la física que conocemos.
A pesar de que se conocen muchas soluciones con estructuras muy parecidas al Modelo Estándar (incluyendo, p.ej., el grupo de norma $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ y 3 generaciones de fermiones), no se tiene aún ninguna que esté en total acuerdo con la lista completa de ingredientes y el valor de los ~20 parámetros requeridos.

5) Nos falta conocer el mecanismo de ruptura de la supersimetría (existen varias propuestas).

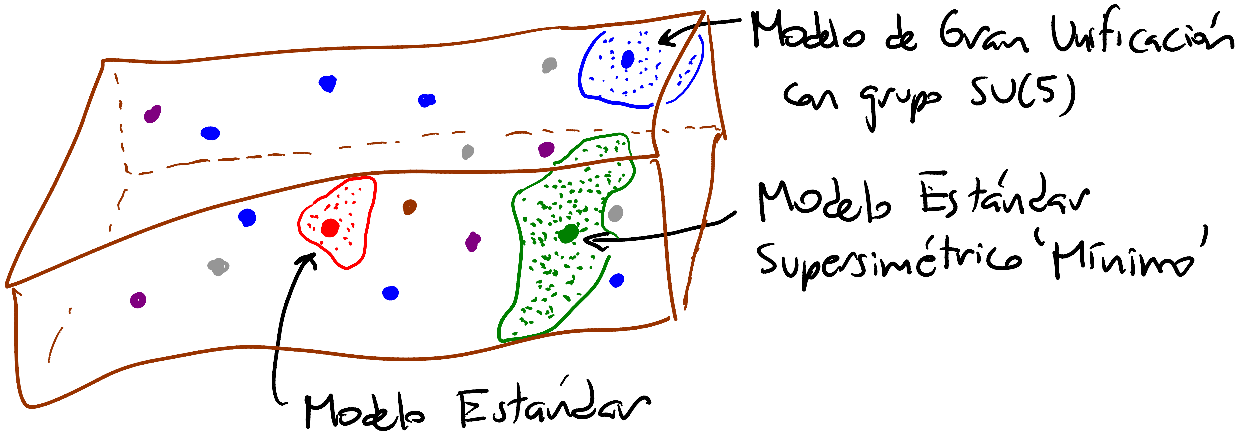
6) Nos falta entender mejor a las dimensiones adicionales. ¿Por qué 4 visibles + 6 ocultas? ¿Existe algún mecanismo que fije su forma y tamaño?

7) NO hay todavía predicciones experimentales definitivas. Esto se debe en parte a que, como hemos dicho, la teoría está todavía en etapa de desarrollo. Pero, en lo que respecta a la falta de predicciones, hace falta aclarar un frecuente malentendido...

Para ello, recordemos que al definir una teoría de partículas/campos, se tiene una gran (aunque no total) arbitrariedad: hace falta elegir a mano la dimensión del espaciotiempo, el tipo y número de campos que se incluyen, las simetrías, los valores de masas, constantes de acoplamiento, etc.

jueves, 29 de marzo de 2007
08:21 a.m.

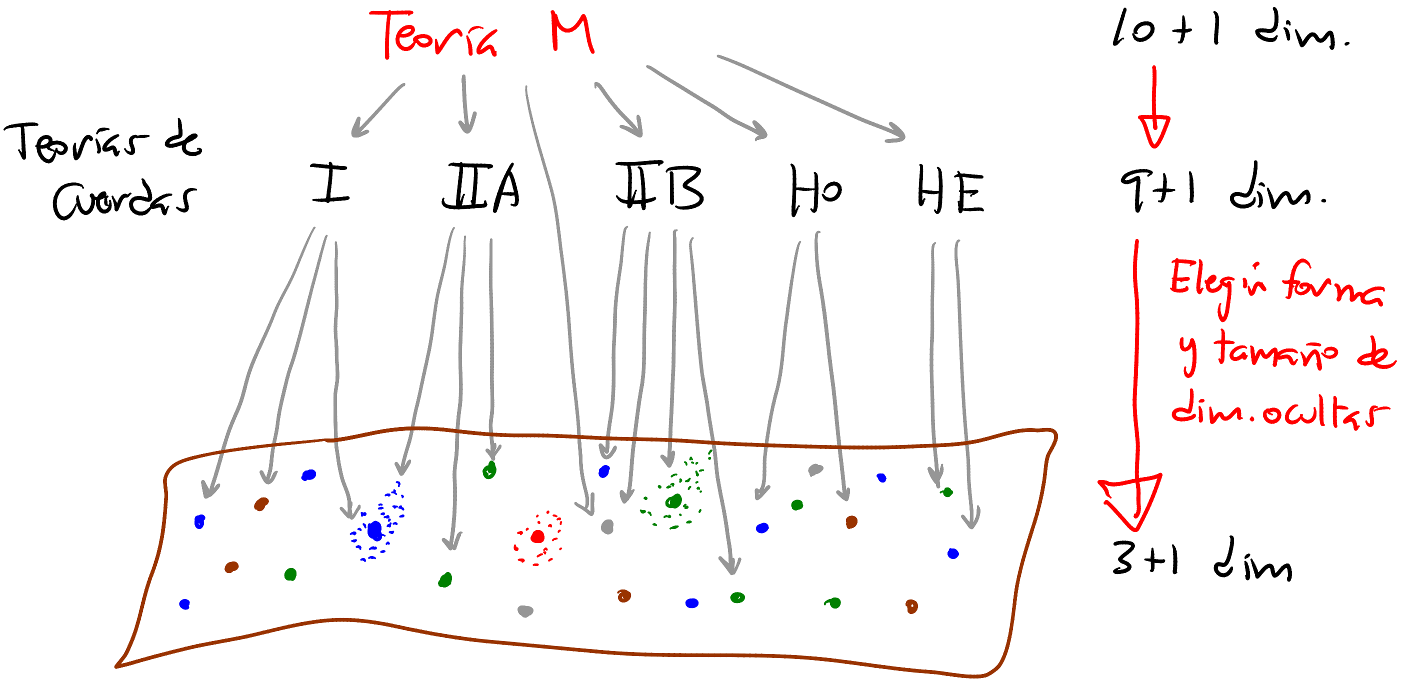
El conjunto de todas las teorías de partículas/campos posibles es entonces un espacio de dimensión infinita:



Es solo después de elegir un punto específico en este espacio (lo cual requiere en particular seleccionar valores específicos de los diversos parámetros de la teoría en cuestión) que podemos hacer predicciones detalladas capaces de ser comparadas con datos experimentales. Algunas veces es posible también hacer predicciones más genéricas que aplican a toda una clase de teorías. Y existe solo un número muy limitado de propiedades genéricas que aplican incluso a todas las teorías de partículas posibles: la existencia de antipartículas, la conexión espín-estadística y la 'invariancia CPT.'

Ahora, ¿cómo se compara la situación en cuerdas?

En ese caso la teoría es única, pero tiene muchas soluciones. Para intentar hacer contacto con la física que observamos, debemos escoger a mano aquellas soluciones en las cuales las dimensiones adicionales están escondidas de algún modo. El punto a resaltar es que, después de hacer una elección específica, obtenemos un modelo que, a 'bajas' energías, coincide con una cierta teoría de partículas específica:



De esta manera, podemos sin duda seguir haciendo física tal como la hemos hecho hasta ahora: una vez que hemos elegido a mano todo lo que hay que elegir, tenemos un modelo concreto de nuestro universo, que sí hace predicciones específicas, y puede por tanto ser validado o refutado por los datos experimentales. Lo que NO tenemos (por ahora) son predicciones completamente genéricas. Pero el punto que estamos enfatizando es que, por lo menos al nivel de conocimiento actual, querer refutar/confirmar experimentalmente la teoría de cuerdas completa es análogo a querer descartar/validar todas las teorías de partículas (campos) juntas. Solo será posible si eventualmente obtenemos predicciones verdaderamente genéricas, o si encontramos que en realidad existen solo unas pocas soluciones exactas.

A nivel de la física en 3+1 dim. y a 'bajas' energías, la 'fenomenología' de cuerdas es esencialmente un subconjunto de la 'fenomenología' de partículas. En este contexto, la teoría de cuerdas debe ser entendida simplemente como un nuevo lenguaje teórico, análogo al lenguaje general de la teoría de campos (en lugar de a un ejemplo específico como el Modelo Estándar), que resulta útil para construir modelos unificador de la estructura microscópica de nuestro universo, incluyendo a la gravedad, a partir de un conjunto sencillo de principios (¡no de resultados!)

Resumiendo todo lo dicho hasta aquí: en su vertiente 'fenomenológica', la teoría de cuerdas es a la fecha nuestro más prometedor candidato para obtener lo que arrogantemente se llama una "teoría de todo".

Llo: 20/09/11

Pero es importante señalar que, independientemente de si eventualmente logra o no alcanzar esta ambiciosa meta, en el transcurso de los años ha desarrollado ya una vertiente 'teórica' de enorme utilidad, constituyéndose en un conjunto de herramientas que han hecho ya contacto con un buen número de ideas y problemas importantes de la física teórica moderna (teorías de norma, acoplamiento fuerte, supersimetría, gran unificación, agujeros negros, mundos brana, no conmutatividad, N grande, cosmología...) e incluso matemáticas.

jueves, 29 de marzo de 2007
09:39 a.m.

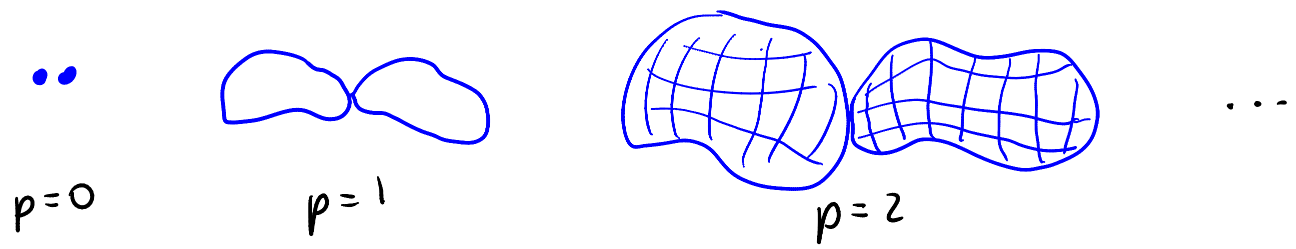
Estos 'logros teóricos' son a mi juicio la principal razón por la cual la teoría de cuerdas ha sido intensamente estudiada durante más de 25 años.

Y lo que es más, una en particular de estas herramientas, la ya mencionada correspondencia norma/gravedad, parece capaz de ayudarnos a entender a (al menos primas de) QCD en el régimen de acoplamiento fuerte, y recientemente ha dado indicios de que pudiera incluso llegar a hacer predicciones experimentales acerca del plasma de quarks y gluones (recientemente creado por primera vez en el acelerador RHIC, y por estudiarse más de cerca en el LHC).

Por último, podemos plantearnos una pregunta que resulta bastante natural: si estamos dispuestos a considerar que los objetos básicos pudieran no ser 0-dimensionales (partículas), sino 1-dimensionales (cuerdas), ¿por qué no contemplar también la posibilidad de que fueran en realidad

2-dimensionales ('membranas'), o más en general, p-dimensionales ('p-branas')?

Entre mayor sea el valor de p, más "blandas" serán las interacciones, en el sentido de que el punto donde un objeto básico hace contacto con otro es cada vez de menor importancia en comparación con el objeto en su conjunto:



Pero por otro lado, a mayor p el objeto básico tendrá más grados de libertad intrínsecos, de tal forma que los casos $p \geq 2$ resultan muy difíciles de cuantizar.

En este sentido las cuerdas ($p=1$) son el caso óptimo.

A pesar de ello, sabemos desde hace más de una década que

- La teoría "de cuerdas" ($\subset$ Teoría M) incluye p-branas con $p=0,1,\ldots,9$ que están todas emparentadas entre sí a través de 'dualidades'.
- Las "cuerdas" son membranas enrolladas en x^{10}; las "Dp-branas" se describen con cuerdas...

¿¿Teoría de Branas??

martes, 10 de abril de 2007
07:40 a.m.

1. Fundamentos

Mecánica Cuántica e Integrales de Trayectoria

Clásicamente, el estado de una partícula se describe por completo especificando su posición y momento: $\vec{x}$ $\vec{p}$.

Las partículas cuánticas difieren de las clásicas básicamente en 2 aspectos. En un sentido, están más limitadas, porque NO pueden simultáneamente tener una posición y un momento completamente definidos (ppio. de incertidumbre), sino solo uno de estos atributos: $\vec{x}$ ó $\vec{p}$.

Pero en otro sentido, pueden hacer más, porque son capaces de tener muchas posiciones o momentos a la vez (ppio. de superposición): ó .

En cursos introductorios, todo esto se expresa describiendo el estado de una partícula a través de su "función de onda" $\psi(\vec{x})$, que codifica la amplitud de probabilidad $(\in \mathbb{C})$ de encontrar a la partícula localizada en $\vec{x}$, lo cual quiere decir que

martes, 10 de abril de 2007
08:02 a.m.

$|\psi(\vec{x})|^2 \equiv \psi^*(\vec{x})\psi(\vec{x})$ da la (densidad de) probabilidad de que la partícula esté en $\vec{x}$

($\int_R d^3x\, |\psi(\vec{x})|^2$ es la probabilidad de encontrarla en la región R).

Pero recordemos que es posible también describir el mismo estado a través de una función diferente, que codifica la amplitud de probabilidad de que la partícula tenga un cierto momento $\vec{p}$:

$$\tilde{\psi}(\vec{p}) \equiv \int d^3x\, e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}}\, \psi(\vec{x})$$

$$\left(\longleftrightarrow \quad \psi(\vec{x}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\, e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}\, \tilde{\psi}(\vec{p}) \right).$$

Conviene adoptar un punto de vista más abstracto, utilizando desde ahora en adelante la notación de Dirac.

Denotamos al estado de la partícula con el símbolo $|\psi\rangle$, que llamamos un ket (≡ chete).

nombre del estado (≠ función de onda)

P.ej., si la partícula está (únicamente) en la posición $\vec{x}$, resulta natural usar el propio valor $\vec{x}$ como nombre, y decimos entonces que la partícula se encuentra en el estado $|\vec{x}\rangle$. De manera similar, $|\vec{p}\rangle$ denota el estado en el cual la partícula tiene con toda seguridad el momento $\vec{p}$.

En esta notación, el principio de incertidumbre nos dice en particular que no existe el estado $|\vec{x},\vec{p}\rangle$, y el principio de superposición nos dice en particular que si $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ son estados admisibles para la partícula, entonces también lo es la superposición

$$\alpha_1|\psi_1\rangle+\alpha_2|\psi_2\rangle \equiv |\psi\rangle \quad \forall\ \alpha_1,\alpha_2\in\mathbb{C},$$

que físicamente representa un estado en el cual la partícula está 'a la vez' (con ciertas amplitudes de probabilidad) en $|\psi_1\rangle$ y en $|\psi_2\rangle$. Ejemplos serían $\alpha_1|\vec{x}_1\rangle+\alpha_2|\vec{x}_2\rangle$, $\beta_1|\vec{p}_1\rangle+\beta_2|\vec{p}_2\rangle$, y $\alpha|\vec{x}\rangle+\beta|\vec{p}\rangle$.

Matemáticamente, lo que estamos diciendo es solo que los kets que representan a los estados son elementos de un espacio vectorial complejo $\mathcal{H}$.

Evidentemente, con base en esto podemos y debemos considerar también estados obtenidos al sumar más de 2 estados, como p.ej. la superposición de N estados

$$\alpha_1|\vec{x}_1\rangle + \alpha_2|\vec{x}_2\rangle + \ldots + \alpha_N|\vec{x}_N\rangle \equiv |\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_N\rangle$$

o incluso el caso $N \to \infty$,

$$\int d^3x\, \alpha_{\vec{x}} |\vec{x}\rangle \equiv |\alpha\rangle ,$$

donde la partícula ocupa al mismo tiempo un número infinito de posiciones. Esta última es de hecho la situación más general, y tomando $\alpha_{\vec{x}} = 0$ excepto para un número finito de valores de $\vec{x}$, recuperamos los casos anteriores.

Ahora, debido a la extraña propiedad del mundo cuántico que nos permite considerar estas peculiares superposiciones, tiene sentido plantearnos la siguiente pregunta: si la partícula está en el estado $|\psi\rangle$, ¿cuál es la amplitud de probabilidad de que esté 'a la vez' en el estado $|\varphi\rangle$? La respuesta es un número complejo, que denotamos $\langle\varphi|\psi\rangle$, y satisface

$$\langle\psi|\psi\rangle \equiv \| |\psi\rangle \|^2 > 0 \quad \forall\, |\psi\rangle \in \mathcal{H}$$

$$\langle\varphi|\psi\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle^* \quad \forall\, |\varphi\rangle, |\psi\rangle \in \mathcal{H}$$

$$\langle\varphi|\alpha_1\psi_1 + \alpha_2\psi_2\rangle = \alpha_1\langle\varphi|\psi_1\rangle + \alpha_2\langle\varphi|\psi_2\rangle \quad \forall\, \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C}$$
$$|\varphi\rangle, |\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle \in \mathcal{H}$$

$$\left(\Longrightarrow \langle\alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2|\psi\rangle = \alpha_1^*\langle\varphi_1|\psi\rangle + \alpha_2^*\langle\varphi_2|\psi\rangle\right).$$

Notar que estas propiedades son análogas a las del "producto punto" usual entre 2 vectores, $\vec{a}\cdot\vec{b} \in \mathbb{R}$, que nos permite en particular definir la "norma" $|\vec{a}| \equiv \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$.

Matemáticamente, lo que estamos diciendo es precisamente que $\langle\cdot|\cdot\rangle : \mathcal{H}\times\mathcal{H} \to \mathbb{C}$ define un producto interno, (y $\therefore$ una norma $\|\cdot\| : \mathcal{H} \to \mathbb{R}$) en el espacio vectorial complejo $\mathcal{H}$, que (si es "completo" en la norma $\|\cdot\|$, es decir, si toda "serie de Cauchy" converge) es entonces lo que se conoce como un espacio de Hilbert.

L^{11}: 22/09/11

martes, 10 de abril de 2007
11:59 a.m.

Notemos en particular que $\langle\vec{x}|\psi\rangle$ representa la amplitud de probabilidad de que, estando en el estado $|\psi\rangle$, la partícula se encuentre en la posición $\vec{x}$, es decir, es precisamente lo que antes llamamos la función de onda

$$\psi(\vec{x}) \equiv \langle\vec{x}|\psi\rangle .$$

El que esta función (que codifica el traslape del vector $|\psi\rangle$ con cada uno de los vectores $\{|\vec{x}\rangle\}$) nos baste para especificar por completo el estado de la partícula implica que el conjunto de kets $\{|\vec{x}\rangle\}$ constituye una base para el espacio vectorial $\mathcal{H}$, es decir, cualquier estado $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ se puede expresar en la forma

$$|\psi\rangle = \int d^3x \;\; \alpha_{\vec{x}} |\vec{x}\rangle$$

vectores unitarios

(que es completamente análoga a $\vec{v} = v_1 \vec{\underset{v}{x}}^1 + v_2 \vec{\underset{v}{x}}^2 + v_3 \vec{\underset{v}{x}}^3$).

De hecho, dado que $|\vec{x}\rangle$ representa el estado donde la partícula está con toda certeza en $\vec{x}$ (y solo en $\vec{x}$), esta base es ortogonal:

$$\langle \vec{x}' | \vec{x} \rangle = \underbrace{\delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{x}')}_{\text{"delta de Dirac"}} \equiv \begin{cases} 0 & \text{si } \vec{x} \neq \vec{x}' \\ \infty & \text{si } \vec{x} = \vec{x}', \text{ de tal forma que} \end{cases}$$

$$\int d^3x\, f(\vec{x})\, \delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{x}') = f(\vec{x}') \quad \forall f$$

Tomando el producto interno de

$$|\psi\rangle = \int d^3x'\, \alpha_{\vec{x}'} |\vec{x}'\rangle \qquad \text{con } |\vec{x}\rangle, \text{ vemos que}$$

$$\langle \vec{x} | \psi \rangle = \int d^3\vec{x}'\, \alpha_{\vec{x}'} \underbrace{\langle \vec{x} | \vec{x}' \rangle}_{\delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{x}')} = \alpha_{\vec{x}}, \quad \text{de modo que}$$

$$|\psi\rangle = \int d^3x\, \langle \vec{x} | \psi \rangle\, |\vec{x}\rangle = \int d^3x\, \psi(\vec{x})\, |\vec{x}\rangle$$

Conviene en este punto notar que, dado cualquier ket $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$, el producto interno $\langle \psi | \cdot \rangle$ es una función $\mathcal{H} \to \mathbb{C}$ que mapea $|\varphi\rangle$ a $\langle \psi | \varphi \rangle$, y que por la ("sesqui-")linealidad del producto interno es en sí misma elemento de un espacio vectorial complejo ("dual")

$$\mathcal{H}^* \equiv \{ \langle \psi | \cdot \rangle \equiv \langle \psi | \quad \forall \ |\psi\rangle \in \mathcal{H} \}$$

bra ($\equiv$ cor)

Con estas definiciones, tenemos que un "bra" ($\equiv$ "cor") $\langle \varphi |$ puede actuar sobre un "ket" ($\equiv$ "chete") $|\psi\rangle$ para formar el "bra(c)ket" (≡ "corchete") $\langle\varphi|\psi\rangle$, que no es otra cosa que el producto interno.

Y podemos entonces escribir 'operador' (ver abajo)

$$|\psi\rangle = \int d^3x\, |\vec{x}\rangle \underbrace{\langle\vec{x}|\psi\rangle}_{\psi(\vec{x})} = \left(\int d^3x\, |\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\right)|\psi\rangle,$$

con lo cual reconocemos que la expresión entre paréntesis representa al 'operador' identidad $\hat{\mathbb{1}}: \mathcal{H}\to\mathcal{H}$, $|\psi\rangle \mapsto |\psi\rangle$

$$\int d^3x\, |\vec{x}\rangle\langle\vec{x}| = \hat{\mathbb{1}}. \quad (\text{"Relación de completez"})$$

Análogamente, $\{|\vec{p}\rangle\}$ nos da otra base ortogonal para $\mathcal{H}$, con $\langle\vec{p}\,'|\vec{p}\rangle = (2\pi)^3\,\delta^{(3)}(\vec{p}-\vec{p}\,')$,

de tal manera que podemos escribir

$$|\psi\rangle = \int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\underbrace{\langle\vec{p}|\psi\rangle}_{\equiv\tilde{\psi}(\vec{p})}|\vec{p}\rangle = \underbrace{\left(\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}|\vec{p}\rangle\langle\vec{p}|\right)}_{=\hat{\mathbb{1}}\text{ también}}|\psi\rangle.$$

función de onda en espacio de momentos

Actuando sobre este ket con el bra $\langle\vec{x}|$ obtenemos

$$\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\tilde{\psi}(\vec{p})\,e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} \equiv \psi(\vec{x}) \equiv \langle\vec{x}|\psi\rangle = \int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\tilde{\psi}(\vec{p})\langle\vec{x}|\vec{p}\rangle,$$

donde vemos que $\langle\vec{x}|\vec{p}\rangle = e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}$ $\left(\longleftrightarrow \langle\vec{p}|\vec{x}\rangle = e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}}\right)$,

martes, 10 de abril de 2007
01:10 p.m.

y más importante aún, entendemos que el paso de la "función de onda en espacio de posiciones" $\psi(\vec{x})$ a la "función de onda en espacio de momentos" $\tilde{\psi}(\vec{p})$ es un simple cambio de base (completamente análogo a una rotación en $\mathbb{R}^3$, $\{\vec{\underset{\vee}{x}}^1, \vec{\underset{\vee}{x}}^2, \vec{\underset{\vee}{x}}^3\} \to \{\vec{\underset{\vee}{x}}'^1, \vec{\underset{\vee}{x}}'^2, \vec{\underset{\vee}{x}}'^3\}$).

Notemos también que

$$\| |\psi\rangle \|^2 \equiv \langle\psi|\psi\rangle = \langle\psi|\hat{\mathbb{1}}|\psi\rangle$$

$$= \langle\psi|\left(\int d^3x\, |\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\right)|\psi\rangle$$

$$= \int d^3x\, \underbrace{\langle\psi|\vec{x}\rangle}_{\psi(\vec{x})^*}\underbrace{\langle\vec{x}|\psi\rangle}_{\psi(\vec{x})}$$

$$= \int d^3x\, |\psi(\vec{x})|^2$$

es la probabilidad de que la partícula se encuentre en cualquier sitio. Esto último no puede ser otra cosa que 1 (=100%), así que un estado debidamente normalizado satisface $\| |\psi\rangle \|^2 \equiv \langle\psi|\psi\rangle = 1$.

De otra manera, la amplitud de probabilidad asociada al producto interno $\langle\varphi|\psi\rangle$ sería en realidad

$$\frac{\langle\varphi|\psi\rangle}{\sqrt{\langle\varphi|\varphi\rangle}\sqrt{\langle\psi|\psi\rangle}} \qquad \left(\text{análoga a } \frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{\sqrt{\vec{v}\cdot\vec{v}}\sqrt{\vec{w}\cdot\vec{w}}}\right).$$

Además de $\hat{1}$, conviene definir otros operadores $\hat{O}$, es decir, mapeos lineales

$$\hat{O}:\mathcal{H}\to\mathcal{H}$$
$$|\psi\rangle \mapsto \hat{O}|\psi\rangle \equiv |\hat{O}\psi\rangle,$$

en particular el operador de posición $\hat{\vec{x}}$ tal que

$$\underbrace{\hat{\vec{x}}}_{\text{operador}}\underbrace{|\vec{x}\rangle}_{\text{estado}} = \overset{\text{número}}{\vec{x}}\underbrace{|\vec{x}\rangle}_{\text{estado}} \qquad \left(\longleftrightarrow \quad \hat{x}^i|\vec{x}\rangle = x^i|\vec{x}\rangle \quad \forall\, i=1,2,3\right)$$

Matemáticamente, esto simplemente dice que el ket $|\vec{x}\rangle$ es un autovector ($\equiv$ eigenvector $\equiv$ vector propio) del operador $\hat{x}^i$, con autovalor ($\equiv$ eigenvalor $\equiv$ valor propio) x^i. Dado que los kets $\{|\vec{x}\rangle\}$ constituyen una base del espacio de estados $\mathcal{H}$, basta especificar la acción de un operador $\hat{O}$ sobre ellos (como hicimos arriba para $\hat{\vec{x}}$) para definirlo por completo, ya que por linealidad

$$\hat{O}|\psi\rangle = \int d^3x\, \hat{O}|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\psi\rangle = \int d^3x'\, d^3x\, |\vec{x}\,'\rangle\underbrace{\langle\vec{x}\,'|\hat{O}|\vec{x}\rangle}\langle\vec{x}|\psi\rangle$$

$O_{\vec{x}'\vec{x}} \equiv$ "elemento de matriz" de $\hat{O}$ en la base $\{|\vec{x}\rangle\}$

martes, 10 de abril de 2007
11:10 p.m.

Podemos pensar en el operador $\hat{\vec{x}}$ como una herramienta que nos permite 'preguntarle' a la partícula dónde se encuentra: si tiene una posición completamente definida, es eso lo que nos responde ($\hat{\vec{x}}|\vec{x}'\rangle = \vec{x}'|\vec{x}'\rangle$); si está en varios lugares a la vez, nos da los respectivos valores con sus amplitudes de probabilidad correspondientes ($\hat{\vec{x}}|\psi\rangle = \int d^3x'\,\vec{x}'|\vec{x}'\rangle\langle\vec{x}'|\psi\rangle$).

En particular, el valor esperado de $\hat{\vec{x}}$ en un estado $|\psi\rangle$,

$$\langle\hat{\vec{x}}\rangle_\psi \equiv \langle\psi|\hat{\vec{x}}|\psi\rangle = \langle\psi|\int d^3x\;\hat{\vec{x}}\,|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\psi\rangle$$

$$= \int d^3x\;\vec{x}\;\langle\psi|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\psi\rangle = \int d^3x\;\vec{x}\,|\psi(\vec{x})|^2$$

nos da el valor promedio de la posición de la partícula.

De manera completamente análoga, definimos el operador de momento $\hat{\vec{p}}$ a través de $\hat{\vec{p}}\,|\vec{p}\rangle = \vec{p}\,|\vec{p}\rangle \quad \forall\,|\vec{p}\rangle$, y nos sirve para 'preguntar' qué momento tiene la partícula.

De hecho, a cada "observable" $\mathcal{O}$ (~ cantidad 'medible') de la teoría le corresponderá un cierto operador $\hat{\mathcal{O}}$ (a la posición le corresponde $\hat{\vec{x}}$, al momento $\hat{\vec{p}}$, a la energía cinética —si la partícula es no relativista— $\hat{\vec{p}}^{\,2}/2m$, etc.).

martes, 10 de abril de 2007
11:34 p.m.

Los autovectores $\{|o_n\rangle\}$ de $\hat{O}$, $\hat{O}|o_n\rangle = o_n|o_n\rangle$, son entonces los únicos estados en donde la partícula tiene un valor completamente definido de O, y ese valor es justamente el autovalor o_n. Los $\{|o_n\rangle\}$ nos dan una nueva base de $\mathcal{H}$, y tenemos otra vez $\hat{\mathbb{1}} = \sum_n |o_n\rangle\langle o_n|$, de modo que, en un estado arbitrario $|\psi\rangle$, el valor esperado

$$\langle \hat{O} \rangle_\psi \equiv \langle\psi|\hat{O}|\psi\rangle = \langle\psi|\sum_n o_n |o_n\rangle\langle o_n|\psi\rangle = \sum_n o_n |\langle o_n|\psi\rangle|^2$$

nuevamente representa el valor promedio de la observable O en el estado $|\psi\rangle$.

Dado un operador $\hat{O}$, definimos su conjugado hermitiano $\hat{O}^\dagger$ a través del requisito

$$\underbrace{\langle\varphi|\underbrace{\hat{O}\psi\rangle}_{\equiv \hat{O}|\psi\rangle}}_{\substack{\text{producto interno}\\ \text{de } |\varphi\rangle \text{ y } \hat{O}|\psi\rangle}} = \underbrace{\underbrace{\langle\hat{O}^\dagger\varphi|}_{\text{bra 'dual' al ket } \hat{O}^\dagger|\varphi\rangle}\psi\rangle}_{\substack{\text{producto interno}\\ \text{de } \hat{O}^\dagger|\varphi\rangle \text{ y } |\psi\rangle}} \quad \forall \; |\varphi\rangle, |\psi\rangle \in \mathcal{H}$$

Esta definición implica que los elementos de matriz de $\hat{O}^\dagger$ y $\hat{O}$ en una base dada $\{|b_n\rangle\}$ están relacionados: