

1

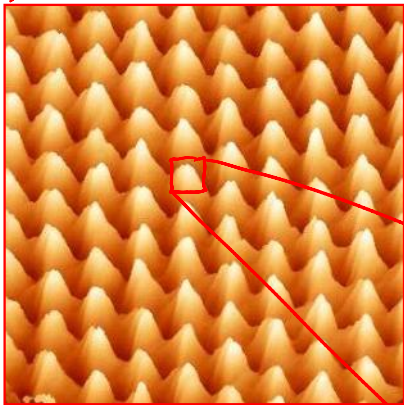
martes, 13 de febrero de 2007  
09:37 a.m.

## 0. Motivación

La teoría de cuerdas es uno de nuestros intentos más recientes por responder una antigua pregunta: ¿de qué está hecho nuestro universo?

Hasta ahora hemos encontrado que está compuesto por un cierto zoológico de **partículas**:

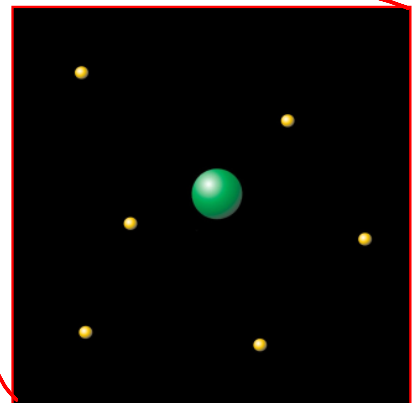
Materia Ordinaria  
 $\sim 10^0$  m



Átomos  
 $\sim 10^{-10}$  m

Núcleo (+)  
 $\sim 10^{-14}$  m

Electrones (-)  
 $< 10^{-18}$  m

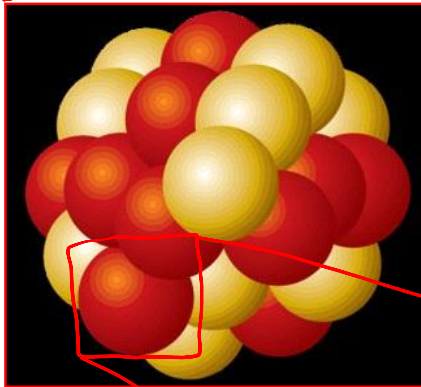
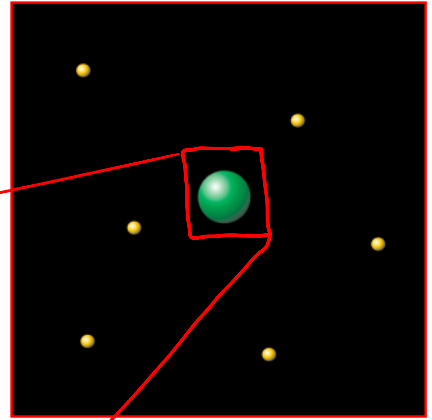


Núcleo (+)

$$\sim 10^{-14} \text{ m}$$

Electrones (-)

$$< 10^{-18} \text{ m}$$



Protones (+)

$$\sim 10^{-15} \text{ m}$$

Neutrones

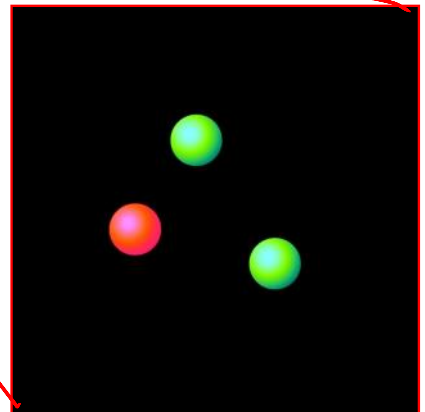
$$\sim 10^{-15} \text{ m}$$

Quarks "arriba" (+)

$$< 10^{-18} \text{ m}$$

Quarks "abajo" (-)

$$< 10^{-18} \text{ m}$$



Hasta donde sabemos, los electrones, quarks arriba, quarks abajo (y otras partículas que mencionaremos más adelante) no están compuestas de partes más pequeñas: son partículas elementales.

Vale la pena enfatizar lo extraordinariamente pequeñas que son estas partículas: ¡quién si un átomo fuera tan grande como la Tierra entera, ¡los electrones y quarks serían a lo mucho tan grandes como una naranja!

En realidad, en nuestra descripción teórica las modelamos como objetos puntuales, sin tamaño alguno.

Si fueran objetos clásicos, para especificar lo que están haciendo en un momento dado tendríamos que dar su posición  $\vec{x}$  y su momento  $\vec{p}$  (o, de manera equivalente, su velocidad  $\vec{v}$ ). Pero como son cuánticos, por el principio de incertidumbre

solo es posible dar su posición o su momento (o ambos, con imprecisión tal que  $\Delta x^i \Delta p^i \geq \hbar/2$   $\leftarrow \equiv \hbar/2\pi$  constante de Planck  $\uparrow = 1, 2, 3$ ).

—el punto aquí es que una sola partícula es capaz de tener varias posiciones (o momentos) 'a la vez'.

Todas las partículas de un determinado tipo son completamente idénticas, y están caracterizadas por ciertas propiedades intrínsecas: su **masa**, su **carga eléctrica**, su **espín**, etc.

- Masa (en reposo): número  $m$  que determina la relación entre el momento  $\vec{p}$  y la energía  $E$  de la partícula, a través de la fórmula

$$E = \sqrt{(\vec{p}c)^2 + (mc^2)^2} \quad \leftrightarrow \quad m = \sqrt{\left(\frac{E}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{\vec{p}}{c}\right)^2},$$

↑  
velocidad de la luz,  $\sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

cuya forma está determinada por la relatividad especial.

El mismo número  $m$  determina  $E(\vec{v})$  y  $\vec{p}(\vec{v})$ :

$$E = \frac{m}{\sqrt{1 - (\vec{v}/c)^2}}, \quad \vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (\vec{v}/c)^2}}.$$

La partícula en reposo ( $\vec{v} = 0 = \vec{p}$ ) tiene  $E = mc^2$ , así que podemos entender a la masa como la energía que tiene la partícula por el mero hecho de existir.

Pej., cada electrón tiene  $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ;

cada **fotón** (partícula de luz) tiene  $m = 0$  ( $\leftrightarrow E = |\vec{p}|c$ ).

4a

lunes, 15 de agosto de 2011  
05:05 p.m.

(Nota que la célebre fórmula de Einstein  $E = Mc^2$  se refiere a una masa variable)

$$M \equiv \frac{E}{c^2} = \frac{m}{\sqrt{1 - (\vec{v}/c)^2}},$$

que coincide con  $m$  solo si  $\vec{v} = 0$ . Esta es la "masa" que determina p.ej. el efecto gravitacional de la partícula. Algunos textos básicos llaman a  $M$  la "masa" y a  $m$  la "masa en reposo", pero en los libros de física moderna llamamos a  $M$  ( $\times c^2$ ) simplemente la energía y a  $m$  la masa a secas.)

- Carga eléctrica: número  $q$  que determina la intensidad con que la partícula responde a (y genera) campos electromagnéticos.

P.ej., los electrones tienen  $q = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;

los fotones,  $q = 0$ .

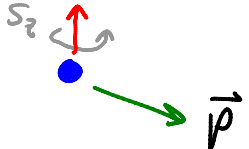
- Espín: número  $s \in \{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots\}$  que determina la manera en que el estado de la partícula cambia bajo rotaciones (y transformaciones de Lorentz).

$s=0$  quiere decir que cuando  $\vec{p}=0$ , la partícula conserva la misma 'aparición' (su estado es invariante) si la miramos después de inclinar la cabeza.

Por supuesto, para un objeto puntual clásico no podría ser de otra manera. Pero  $s > 0$  quiere decir que para especificar lo que está haciendo la partícula en un instante dado hay que dar no solo el valor de su momento  $\vec{p}$ , sino también el de una cierta cantidad 'interna'  $s_z$  (que resulta tomar solo valores discretos:

$$s_z \in \begin{cases} \{-s, -s+1, -s+2, \dots, +s & \text{para } m > 0 \\ \{-s, s\} & \text{para } m = 0 \end{cases},$$

lo cual hace posible que la partícula  $s_i$  modifique su 'aparición' cuando inclinamos la cabeza.

(Una analogía clásica sería imaginar a la partícula como una pequeña esfera rotante: .)

P.ej., los electrones tienen  $s = 1/2$  ( $\Rightarrow s_z \in \{-1/2, +1/2\}$ );  
los fotones  $s = 1$  ( $\Rightarrow s_z \in \{-1, +1\}$ ).

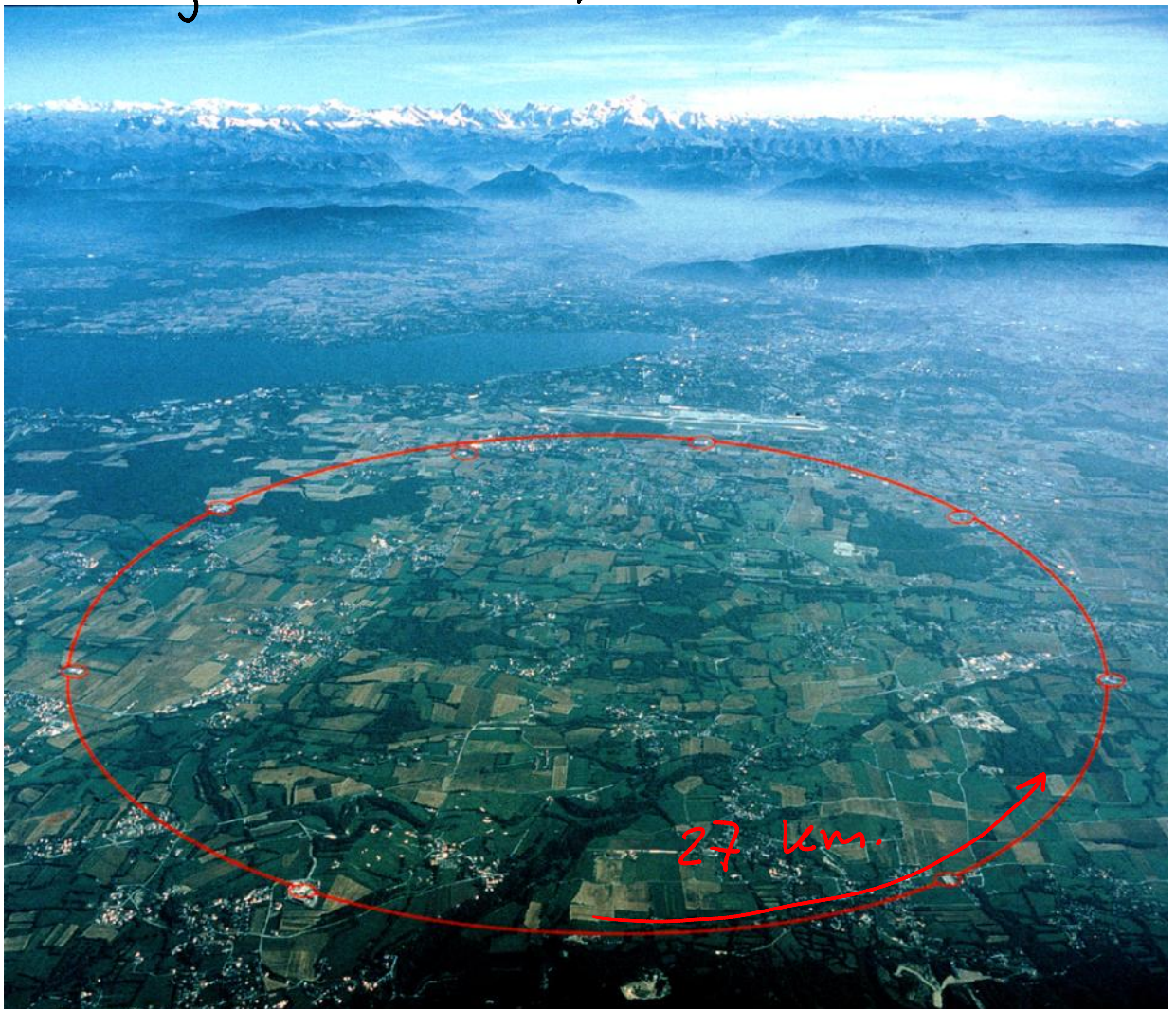
---

Vale la pena mencionar de pasada a los 'microscopios' que utilizamos para estudiar (y en ocasiones descubrir) a las partículas elementales: se trata de enormes máquinas llamadas **aceleradores de partículas**, donde hacemos chocar a una partícula contra otra a velocidades cercanas a la de la luz, y observamos los resultados.

7

jueves, 15 de febrero de 2007  
08:41 a.m.

Los hay en varios lugares (p.ej. Fermilab, RHIC, SLAC en E.U.; DESY en Alemania; KEK en Japón); pero el más importante del mundo es el LHC (siglas de 'gran colisionador de hadrones'), que lleva apenas 2 años de estar operando en CERN (Organización Europea para la Investigación Nuclear), cerca de Ginebra, Suiza.

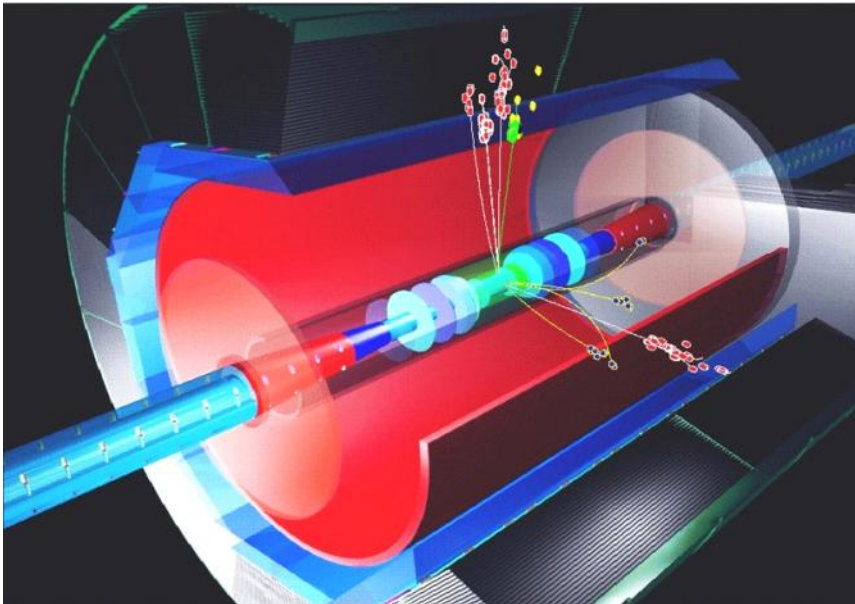
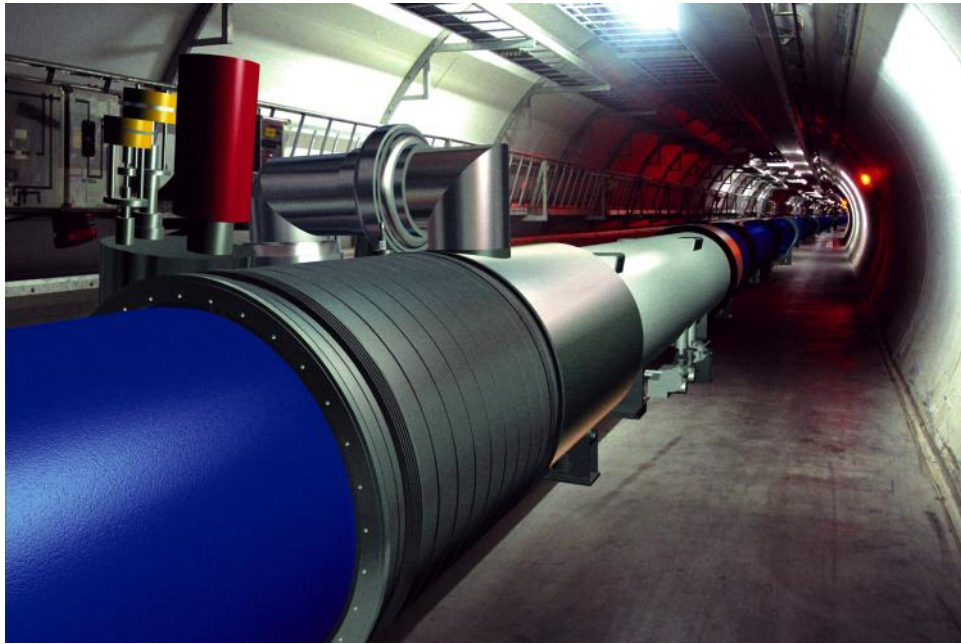




8

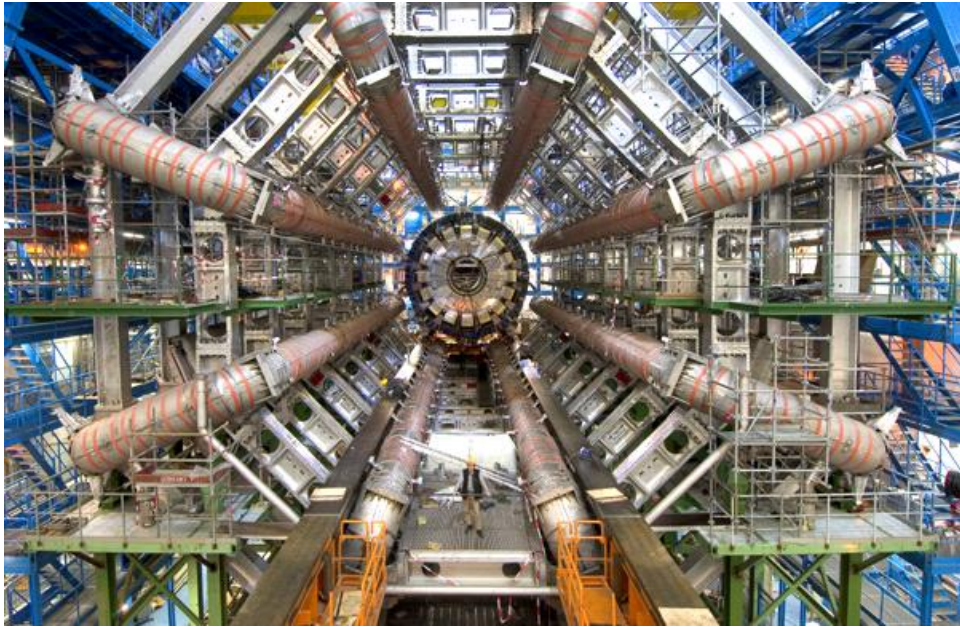
jueves, 15 de febrero de 2007  
08:52 a.m.

Casi 100 m  
bajo el suelo  
hay un túnel  
que contiene un  
tubo al vacío,  
recorrido muchos

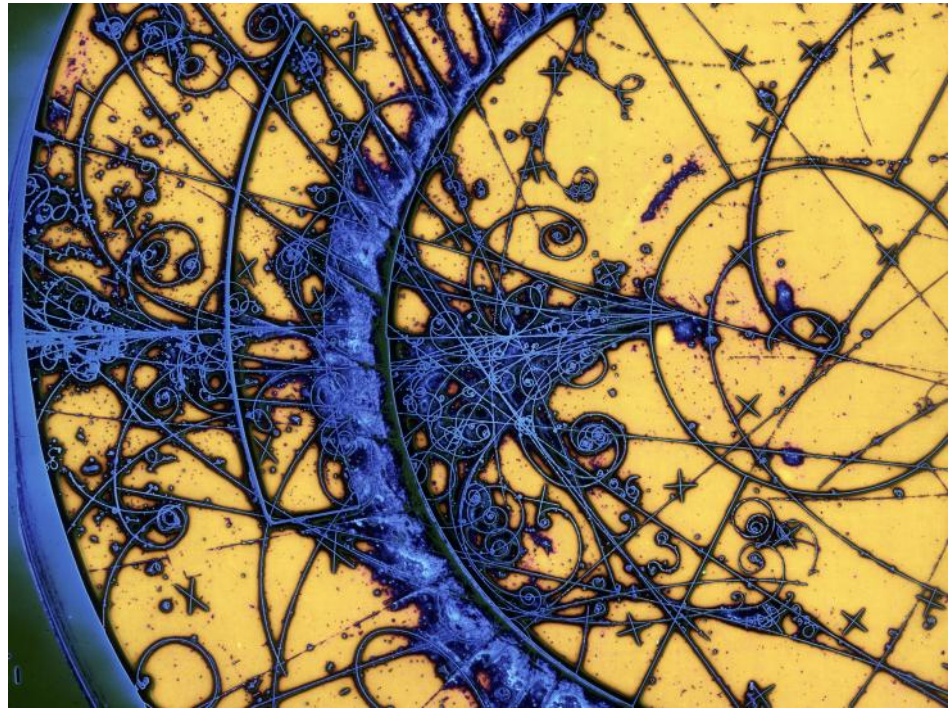


miles de veces por  
segundo por haces de  
partículas viajando en  
direcciones opuestas  
(protones en LHC,  
electrones en LEP).

Detectores enormes  
y sofisticados  
(ATLAS, CMS, ALICE,  
LHCb) procesan  
los resultados de  
 $10^8$  choques / seg.



Después de cada choque, observamos decenas, cientos o incluso miles de partículas que NO EXISTIAN antes de la colisión:



!! Las partículas elementales pueden aparecer y desaparecer !!

Pero afortunadamente lo hacen siempre obedeciendo ciertas reglas básicas (conservación de la energía, de la carga eléctrica, etc.), y las reglas son tales que los electrones y quarks de los que estamos formados no pueden (en condiciones normales) desaparecer ... Por otra parte, después de haber sido acelerados hasta alcanzar grandes energías, sí tienen permitido realizar diversos actos de magia,

convirtiendo su energía cinética en la masa de nuevas partículas.

Para hablar con éxito de estos extraños bichos, hemos tenido que desarrollar un nuevo lenguaje:

$$\text{Partículas} + \text{Mecánica Cuántica} + \text{Relatividad Especial} = \text{Teoría Cuántica de Campos}$$

Un **campo** es una cantidad física que puede tomar un valor distinto en cada punto del espacio (y en cada instante del tiempo), es decir, es una función  $\varphi(\vec{x}, t)$ .

P.ej., el campo electromagnético:  $\vec{E}(\vec{x}, t), \vec{B}(\vec{x}, t)$   
ó, de manera equivalente,  $\Phi(\vec{x}, t), \vec{A}(\vec{x}, t)$ .

Pero... ¿¿ qué diablos tienen que ver las partículas con los campos ?? Como entenderemos en cierto detalle hacia el final del curso, cada partícula resulta ser ¡una pequeña onda en un campo!

En la visión de la física moderna, por cada distinto tipo de partículas (electrones, quarks arriba, quarks abajo, fotones, etc.) existe un campo asociado, que podemos visualizar brevemente como un determinado tipo de "jaleón" que llena todo el espacio y que es capaz de vibrar.

Existe, p.ej., el llamado **campo del electrón**,  $\psi_e(\vec{x}, t)$ , y cada electrón en el universo es simplemente una pequeña ondita cuántica en ese mismo sistema.

De manera similar, asociadas al campo electromagnético existen partículas que describen sus pequeñas fluctuaciones: se trata precisamente de los **fotones**, las partículas de luz que antes mencionamos.

Las propiedades de cada campo guardan una estrecha relación con las propiedades de las partículas asociadas.

La masa  $m$  figura en la ecuación de movimiento que controla la dinámica del campo. La carga  $q$  aparece

en un término adicional en esta ecuación que implica un acoplamiento entre el campo en cuestión y el campo electromagnético, además de que para  $q=0$ ,  $q \neq 0$  el campo debe ser respectivamente real o complejo. El espín  $s$  se manifiesta en el número de componentes que el campo posee (y que se mezclan entre sí bajo rotaciones espaciales y transformaciones de Lorentz).

P.ej., los fotones están asociados a un campo

"vectorial" real  $A_\mu(\vec{x}, t) \equiv (\Phi(\vec{x}, t), \vec{A}(\vec{x}, t))$

$\uparrow_{0,1,2,3}$

11/6/02

(recordar que un vector espacial  $\vec{v} \equiv \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \end{pmatrix}$  es

un conjunto de 3 números que se mezclan de cierta manera específica bajo rotaciones espaciales, y que análogamente, un cuadrivector  $V^\mu$  consiste de 4 números que se mezclan bajo "rotaciones" del espaciotiempo).

La dinámica del campo electromagnético  $A_\mu(x)$  está determinada por el hecho de que satisface las ecs. de Maxwell.

Los electrones en cambio son descritos

por un campo "espinorial" complejo  $\psi(x, t) \equiv \begin{pmatrix} \psi_1(x, t) \\ \psi_2(x, t) \\ \psi_3(x, t) \\ \psi_4(x, t) \end{pmatrix}$  (un "espinor (de Dirac)") es un conjunto

de 4 números complejos que se mezclan de OTRA manera específica bajo rotaciones

(espaciotemporales). La dinámica de este campo está determinada por otra ecuación de movimiento, la ecuación de Dirac:

$$\sum_{\beta=1}^4 \left[ \gamma_{\alpha\beta}^0 (i\hbar \partial_t - q_e A_0) + \vec{\gamma}_{\alpha\beta} \cdot (i\vec{\nabla} - q_e \vec{A}) - m_e \frac{c}{\hbar} \delta_{\alpha\beta} \right] \psi_\beta(x, t) = 0$$

$\leftarrow$  "matrices de Dirac"  $\leftarrow$  Delta de Kronecker ( $\equiv$  matriz identidad)

Como veremos más adelante, todos los ladrillos básicos de la materia se describen con campos espinoriales, y todos los portadores de fuerzas se describen con campos vectoriales.

Notar que el campo  $\Phi(\vec{x}, t)$  asociado a un determinado tipo de partículas cargadas, por ser complejo ( $\Phi^* \neq \Phi$ ), describe al doble de grados de libertad que el campo  $\varphi(\vec{x}, t)$  que estaría asociado a partículas neutras (con el mismo espín), el cual sería real ( $\varphi^* = \varphi$ ).

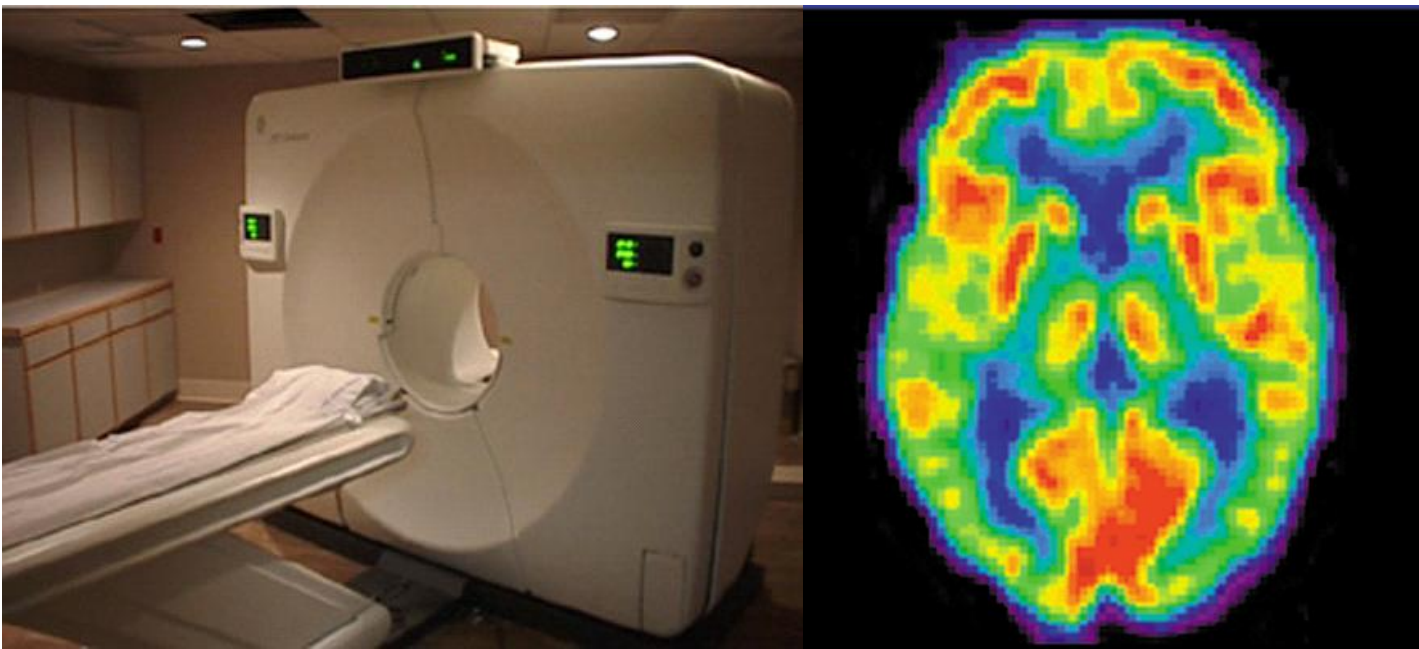
Esta duplicación se debe a que, sorprendentemente, la teoría cuántica de campo predice que por cada tipo de partícula debe existir una correspondiente antipartícula — es decir, una partícula con la misma masa  $m$  pero la carga opuesta  $-q$ , y el campo complejo  $\Phi(\vec{x}, t)$  describe tanto a las partículas como a las antipartículas.

Este es el caso de, p.ej., el electrón, cuya antipartícula, el antielectrón o positrón, tiene  $m = 9.11 \times 10^{-31}$  kg y  $q = +1.60 \times 10^{-19}$  C, y también es descrita por el campo  $\Psi_\alpha(\vec{x}, t)$ .



El positrón fue predicho por Dirac en mayo de 1931, y descubierto por Anderson en septiembre de 1932!

Su existencia nos resulta hoy en día tan rutinaria que lo utilizamos cotidianamente en la técnica para tomar imágenes del cuerpo humano conocida como 'tomografía por emisión de positrones' (PET):



El fotón, en cambio, está asociado a un campo real  $A_{\omega}(\vec{x}, t)$ , por lo que en su caso no hay tal duplicación —decimos que el fotón es su propia antipartícula, porque  $\nexists$  propiedad alguna que nos permita distinguir entre ambas.

La teoría cuántica de campo hace otra predicción genérica importante: para evitar problemas con causalidad, invariancia de Lorentz, energías negativas y 'unitariedad' (conservación de probabilidades)

- Las partículas con espín semientero ( $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$ ) deben ser **fermiones**, es decir, obedecen un principio de exclusión ( $\Rightarrow$  estadística de Fermi-Dirac) que les prohíbe hacer lo mismo al mismo tiempo (lo cual explica, p.ej., la existencia de la tabla periódica: los electrones son fermiones).

- Las partículas con espín entero ( $s = 0, 1, 2, \dots$ ) deben ser **bosones**, es decir, no obedecen ningún principio de exclusión ( $\Rightarrow$  estadística de Bose-Einstein) y de hecho frecuentemente hacen lo mismo al mismo tiempo (lo cual explica p.ej. la existencia del láser: los fotones son bosones).

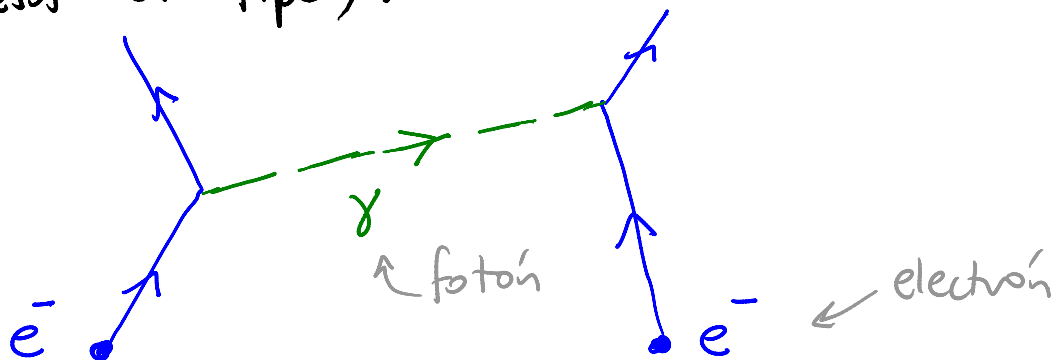
Esta conexión se conoce como el **teorema espín-estadística**.

Con este curioso lenguaje hemos logrado obtener una correcta descripción no solo de las propiedades de las partículas elementales, sino también del origen microscópico de las fuerzas a través de las cuales interactúan entre sí.

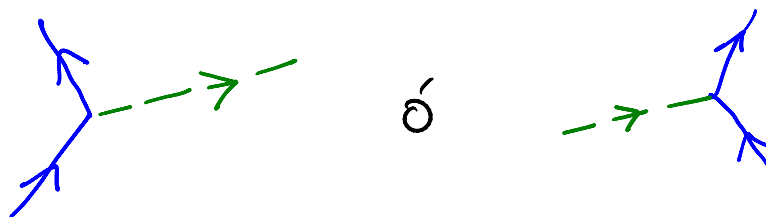
En nuestra vida diaria nos son familiares 2 de estas fuerzas fundamentales o elementales: la gravedad y el electromagnetismo.

Sabemos entonces que, p.ej., 2 electrones deben repelerse por medio de la fuerza electromagnética. De acuerdo con la teoría de campos correspondiente (la electrodinámica cuántica, QED), esta fuerza resulta del intercambio entre ambos electrones de fotones, que actúan entonces como partículas mediadoras de las interacciones electromagnéticas.

La posibilidad más sencilla es (suma sobre procesos del tipo):

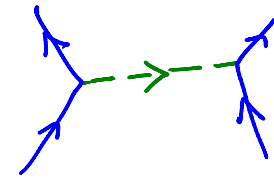


Vale la pena resaltar que en esta descripción, la el proceso básico no es directamente la fuerza que un electrón ejerce sobre otro, sino la emisión o absorción de un fotón por parte de uno de los electrones:



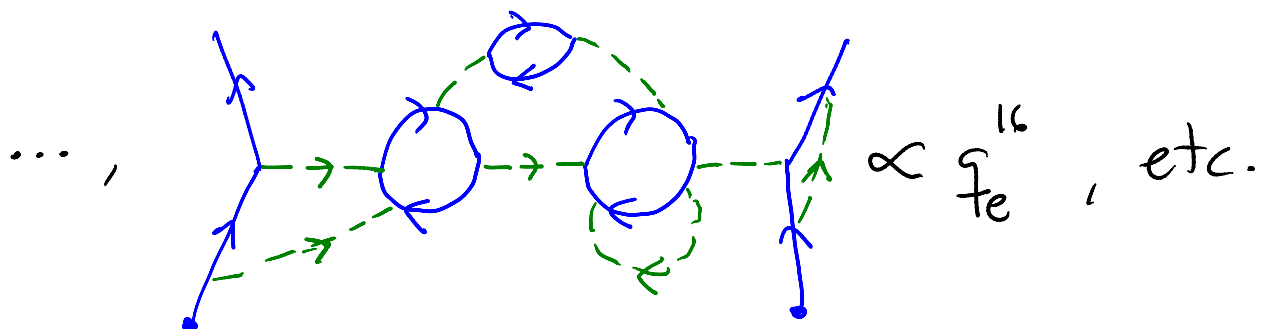
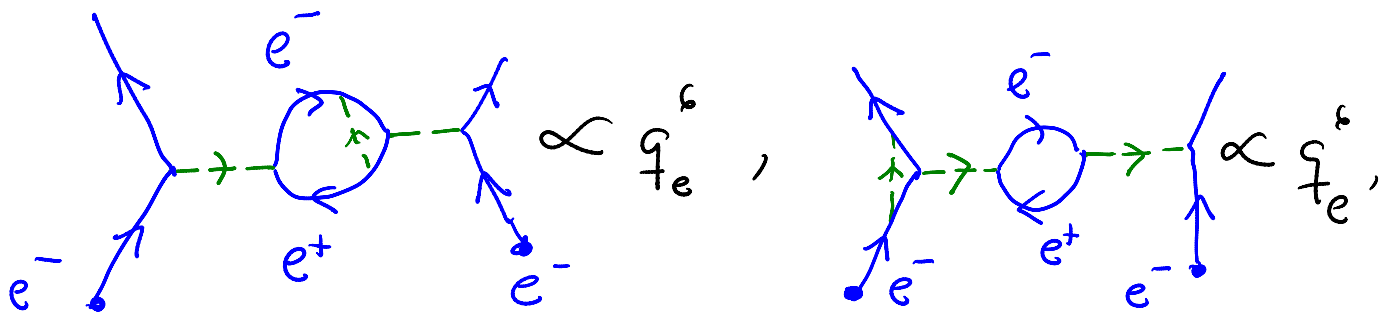
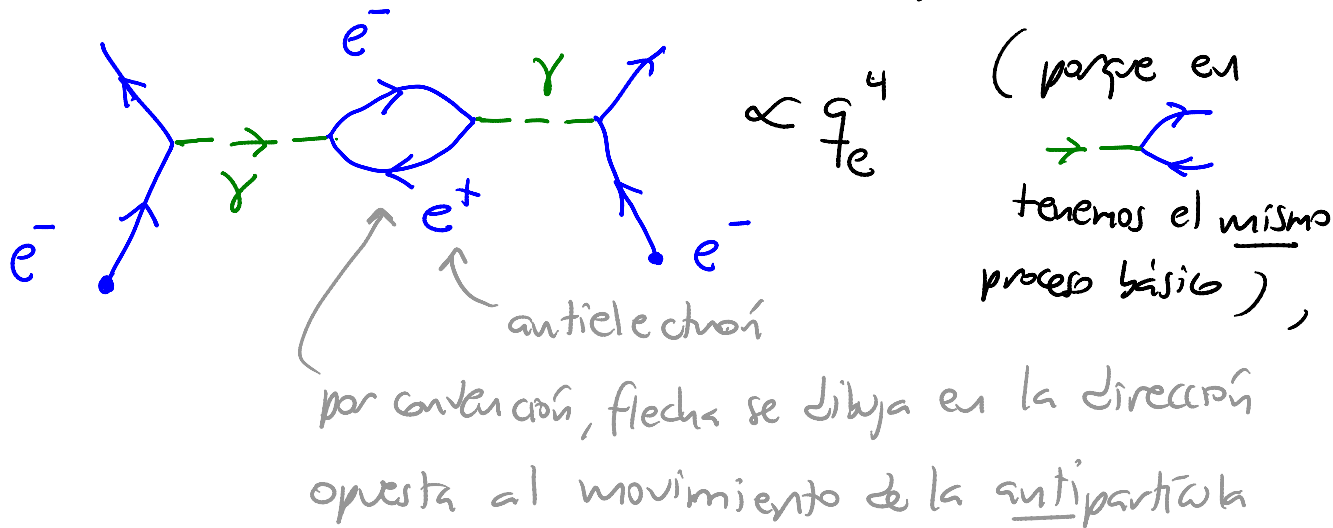
(esencialmente lo mismo había sido cierto ya incluso a nivel clásico, con la introducción del concepto de campo electromagnético). La amplitud de probabilidad de que este proceso básico suceda es proporcional a la carga del electrón,  $q_e$ , que es  $\therefore$  un ejemplo de lo que más genéricamente conocemos como **constante de acoplamiento**.

La amplitud de probabilidad para el proceso completo



es entonces proporcional a  $g_e^2$ .

Los mismos 2 electrones pueden interactuar a través de procesos más complicados, como p.ej.



Exactamente de la misma manera en que el principio de superposición de la mecánica cuántica permite que un electrón esté en varias posiciones a la vez, cuando 2 electrones interactúan lo hacen a través de todos estos procesos ¡¡al mismo tiempo!! La amplitud de probabilidad total es dada por la suma de las amplitudes para cada proceso individual, por lo que para determinarla requeriríamos calcular un número infinito de estos 'diagramas de Feynman'.

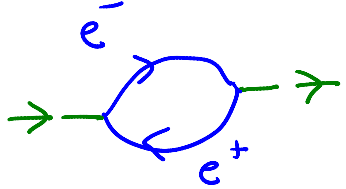
Pero como hemos visto, la contribución de los procesos más y más complicados incluye más y más factores de la combinación adimensional

$$\alpha_e = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \quad (\text{cte. de estructura fina})$$

Felizmente, resulta ser el caso que  $\alpha_e \approx 1/137 \ll 1$ , así que los diagramas más y más complicados están cada vez más suprimidos y se pueden despreciar: nuestra teoría está **débilmente acoplada**, y gracias a ello

tiene sentido visualizarla y llevar a cabo cálculos en una **expansión perturbativa** en potencias de la constante de acoplamiento, como hemos hecho aquí.

Si por el contrario, la constante de acoplamiento fuera  $\gg 1$ , la teoría estaría **fuertemente acoplada** y la expansión perturbativa sería inútil, porque los procesos más y más complicados serían más y más importantes.

Notar que en un proceso intermedio como , en general es imposible conservar la energía  $E$  y el momento  $\vec{p}$  y al mismo tiempo satisfacer la relación ('de capa de masa')  $m = \sqrt{E^2 - \vec{p}^2}$  para todas las partículas involucradas. Las partículas que aparecen y desaparecen para ser las intermedias de un proceso de interacción tienen entonces la peculiaridad de que su  $m \neq \sqrt{E^2 - \vec{p}^2}$  (están 'fuera de la capa de masa')  $\neq 0$ , en una descripción alternativa