Introducción a la Teoría de Cuerdas

Ejercicios primera sesión

1. Demuestra que la acción de Nambu-Goto es invariante bajo reparametrizaciones en la hoja de mundo.

2. Demuestra que a nivel clásico, la acción de Polyakov es equivalente a la acción de Nambu-Goto.

3. A partir de la acción de Nambu-Goto,

$$S = -T_0 \int d\tau d\sigma \sqrt{-g} \tag{1}$$

muestra que la ecuación de movimiento para la cuerda se puede escribir como

$$\partial_a \Big(\sqrt{-g} g^{ab} \partial_b X^\mu \Big) = 0 \tag{2}$$

4. Explica cual es el significado físico de la constricción $\dot{X}^2 + X'^2 = 0$

Ejercicios segunda sesión

1. Escribe el Hamiltoniano clásico para la cuerda bosónica relativista en términos de los modos de oscilación α^μ y $\tilde{\alpha}^\mu$. Asume que esta expresión es válida a nivel cuántico y utiliza ésto para encontrar las ecuaciones de movimiento cuánticas de la cuerda.

2. Ejercicios para que se familiaricen con el algebra de Virasoro.

   a) Usa el algebra de Virasoro

$$[L_m, L_n] = (m - n)L_{m+n} + \frac{D}{12}(m^3 - m)\delta_{m+n,0}$$

   para mostrar que si un estado es aniquilado por L_1 y L_2 entonces es aniquilado por L_n con $n \geq 1$.

   b)Considera los operadores de Virasoro L_0, L_1 y L_{-1} y escribe los tres conmutadores (relevantes) correspondientes. Dadas las propiedades del álgebra de Virasoro, estos tres operadores, ¿forman un subálgebra de la misma? ¿Hay carga central? Calcula el resultado de actuar con cada uno de estos operadores sobre el vacío $|0\rangle$.

Ejercicios tercera sesión

1. Muestra que $\langle 0| :L_2::L_{-2}: |0\rangle = \frac{D}{2}$

2. Muestra que el estado $(a^0_{-1} + a^1_{-1})|0\rangle$ tiene norma igual a cero. ¿Qué significa ésto?