Teoría Cuántica de Campos

Tarea 5 — Entregar ≤ 11:10 lunes 21 de noviembre

1. Correladores para Campo Escalar

a) Si $\sigma(x)$ es un campo de Klein-Gordon real, calcula $\langle 0|T\{\hat{\sigma}^3(x)\hat{\sigma}^3(y)\}|0\rangle$.

b) En la teoría de un campo escalar real, escribe explícitamente todos los términos que figuran en el enunciado del teorema de Wick para el producto de 5 operadores de campo.

c)En clase mencionamos que la teoría donde agregamos al lagrangiano de Klein-Gordon real el término cúbico $\mathcal{L}_{\text{int}} = -h\phi^3/3!$ (donde h es una constante) no tiene en realidad un vacío estable, pero eso no nos impide desarrollar un tratamiento perturbativo de este tipo de interacción. Deduce las reglas de Feynman en espacio de posiciones para calcular *correladores* de N puntos $G_N(x_1, \ldots, x_N)$. Es decir, da una lista completa y precisa de instrucciones para obtener estas funciones utilizando diagramas construidos con líneas y cierto tipo de vértices, e identifica explícitamente la expresión analítica que corresponde a cada propagador, vértice y punto externo. No te preocupes todavía por identificar una fórmula para el factor de simetría.

d) Enuncia ahora las reglas en *espacio de momentos* para obtener $G_N(x_1, \ldots, x_N)$. ¿Qué cambia en estas reglas en espacio de momentos si lo que queremos es calcular $\widetilde{G}_N(p_1, \ldots, p_N)$?

e) Dibuja todos los diagramas necesarios para calcular $G_1(x)$ hasta (es decir, incluyendo todavía) orden cúbico en el acoplamiento.

f) Dibuja todos los diagramas necesarios para calcular $G_2(x_1, x_2)$ hasta orden cuadrático en el acoplamiento.

g) Para cada uno de los diagramas de los anteriores 2 incisos, comparando con el número de términos que dan lugar al patrón de contracciones correspondiente, determina el factor de simetría. Verifica si este factor vuelve o no a estar dado por la misma fórmula que escribimos en clase para la teoría ϕ^4.

2. Decaimiento de una Partícula sin Espín

a) Considera la teoría donde incluimos 2 campos de Klein-Gordon reales ϕ y Φ, con masas desnudas respectivas m y M, acoplados a través de un término $\mathcal{L}_{\text{int}} = -\mu\Phi\phi^2$. Al menos en un tratamiento perturbativo, esta interacción permite a la partícula asociada a Φ decaer a un cierto número n de partículas asociadas a ϕ, siempre y cuando las masas satisfagan una cierta condición cinemática. Especifica el valor (mínimo) de n y escribe la condición requerida.

b) Escribe las reglas de Feynman en *espacio de momentos* para calcular *amplitudes de dispersión* en esta teoría.

c) Dibuja los diagramas que contribuyen al proceso de decaimiento que identificaste más arriba, hasta orden cúbico en la constante de acoplamiento.

d) Suponiendo que se cumple la condición cinemática que escribiste más arriba, calcula la tasa de decaimiento de la partícula asociada a Φ hasta orden cuadrático en el acoplamiento.

3. Dispersión de Partículas sin Espín

a) Considera la teoría donde incluimos un campo de Klein-Gordon real ϕ y otro *complejo* Φ, con masas desnudas respectivas m y M, acoplados a través de un término $-\kappa\phi^3\Phi^*\Phi$. En un proceso de dispersión que tiene como partículas entrantes a las 2 que están respectivamente asociadas a Φ y ϕ, ¿cúal es el estado final (no trivial) más sencillo?

b) Dibuja el (o los) diagrama(s) de Feynman correspondiente(s) y escribe el elemento de matriz invariante, al orden más bajo en el acoplamiento.

c) Escribe una *función de correlación* que esté relacionada con esta *amplitud de dispersión*, y escribe también la fórmula que establece la relación entre estas 2 cantidades. Explica brevemente en palabras cuál es la relación.

d) El mismo correlador del inciso anterior está relacionado también con varias otras amplitudes de dispersión. Enuméralas todas (es decir, especifica en cada caso cuáles serían los objetos entrantes y cuáles los salientes, ya sea con un diagrama o simplemente con los nombres de los objetos).