Teoría Cuántica de Campos II

Tarea 16 — Entregar miércoles 29/05 $\leq$15:10

1. El Grupo de Renormalización en QED a 1 lazo

a) Usando los resultados que tenemos (de la clase y de la Tarea 14) para QED a un lazo con regularización dimensional, determina la función beta β_e para el acoplamiento electromagnético, y las dimensiones anómalas γ_A y γ_ψ para el campo de norma y el campo fermiónico.

b) Compara los resultados que se obtienen en el esquema MS o $\overline{\text{MS}}$ con el esquema de escala deslizante que sería análogo a lo que usamos para ϕ^4, donde fijamos condiciones de renormalización a $p^2 = -\mu^2$, con μ arbitrario. Por simplicidad, puedes ignorar la masa del electrón. (Y si después tienes ganas, puedes introducir al final el acoplamiento de masa a través del método de Weinberg, estudiando primero cómo se renormaliza el operador compuesto $[\bar{\psi}\psi]$.)

c) Escribe la ecuación de Callan-Symanzik apropiada para cada uno de los 3 correladores renormalizados que hemos calculado, y comprueba su validez.

d) En sentido inverso, muestra cómo al exigir que estos correladores ya conocidos (reescritos en alguno de los esquemas descritos arriba) satisfagan Callan-Symanzik, puedes deducir β_e, γ_A y γ_ψ.

2. El Grupo de Renormalización en el Modelo de Gross-Neveu

En un espaciotiempo con dos dimensiones, sabemos del semestre pasado que las matrices y los espinores de Dirac son de dimensión 2. Podemos tomarlas como las matrices de Pauli, $\gamma^0 \equiv \sigma^2$, $\gamma^1 \equiv i\sigma^1$. El objeto análogo a γ^5 es entonces $\gamma^5 \equiv \gamma^0\gamma^1 = \sigma^3$. La teoría con N fermiones ψ_n ($n = 1, \ldots, N$) y una autointeracción cuártica,

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_n i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_n + \frac{1}{2} g^2 (\bar{\psi}_n \psi_n)^2 \ ,$$

se conoce como el modelo de Gross-Neveu (Gross y Neveu estudiaron el límite $N \to \infty$). Claramente posee una simetría interna global $U(N)$ que rota a los fermiones entre sí.

a) Muestra que, en el caso no masivo que estamos considerando aquí, esta teoría es invariante bajo la transformación quiral discreta $\psi_n \to \gamma^5 \psi_n$, y que esto prohibe la aparición de un término de masa.

b) Estudia la renormalización de esta teoría a un lazo.

c) Calcula la función beta β_g. Encontrarás que la teoría es asintóticamente libre.