Teoría Cuántica de Campos II

Tarea 12 — Entregar lunes 10/04 $\leq$16:10

1. Renormalización de ϕ^3

Considera la teoría de un campo escalar real ϕ_0 con masa desnuda m_0 y un término de interacción $-\lambda_0\phi_0^3/3!$ en $3+1$ dimensiones.

a) Identifica las funciones de correlación propias (es decir, irreducibles por una partícula) que son primitivamente divergentes.

b) Tu resultado anterior implica que, para poder absorber *todas* las divergencias ultravioleta, hay un término 'de interacción' adicional que necesariamente debe estar presente en $\mathcal{L}$. Especifica de qué término se trata, y llama g_0 a la constante de acoplamiento correspondiente.

c) Reescribe $\mathcal{L}$ en términos del campo renormalizado ϕ, la masa renormalizada m y las constantes de acoplamiento renormalizadas λ y g, y escribe las reglas de Feynman para la expansión perturbativa renormalizada (incluyendo por supuesto a los contratérminos).

d) Escribe las condiciones de renormalización apropiadas para asegurar que m sea la masa física de la partícula, la función de 2 puntos tenga un residuo igual a 1 en el polo correspondiente, $-i\lambda$ coincida con el correlador propio de 3 puntos cuando $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = 0$, y el valor esperado del campo en el vacío sea cero. (Nota que esta última condición en realidad no implica pérdida de generalidad. Por invariancia bajo Poincaré, el valor esperado de ϕ debe ser igual a alguna constante c. Si ocurre que $c \neq 0$, podemos redefinir nuestro campo $\phi \to \phi' \equiv \phi - c$, de modo que el valor esperado de ϕ' sí se anule. Claro que eso modifica el significado de los otros acoplamientos.)

e) Usando (después de la rotación de Wick) un corte de fuerza bruta Λ, determina $\delta m^2, \delta Z, \delta\lambda$ y δg a un lazo, y muestra que el resultado justamente alcanza para eliminar las divergencias en *todas* las amplitudes a un lazo. Observa que $\delta\lambda$ es finita, lo cual ilustra el punto de que la renormalización tiene sentido aún en ausencia de divergencias ultravioleta.

f) Muestra que a $L \geq 2$ lazos ¡hay solamente 1 *diagrama* superficialmente divergente! Esto se debe a que el acoplamiento ϕ^3 (así como el acoplamiento adicional que dedujiste más arriba) es (son) *super*-renormalizable(s). ¿Existen diagramas con subdivergencias?

g) ¿Cómo se modifica la situación en cada uno de los pasos anteriores si consideramos a la misma teoría pero en $5+1$ dimensiones?