lunes, 25 de febrero de 2008 06:53 p.m.

Resumiendo, tenemos

$$\boxed{Z[J] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left\{ i\int d^4y \, \mathcal{L}_{int}\left(\frac{\delta}{\delta J(y)}\right)\right\}^n e^{\frac{1}{2}J\cdot\Delta^{-1}\cdot J} Z_0[0]},$$

expresión que claramente está escrita ya en la forma de una serie perturbativa. Como veremos en la Tarea 8 el próximo semestre, el paso de intercambiar la integral funcional con la suma es en realidad inexacto; pero a pesar de ello la expansión perturbativa sí resulta útil para acoplamiento débil.

Para ser concretos, concentrémonos en el ejemplo de la teoría φ^4, es decir, con una autointeracción

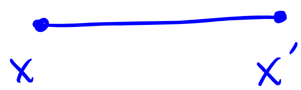
$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{\lambda}{4!}\varphi^4 \quad , \text{ en cuyo caso tenemos}$$

$$Z[J] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left\{ -\frac{i\lambda}{4!}\int d^4y \left(\frac{\delta}{\delta J(y)}\right)^4\right\}^n e^{\frac{1}{2}J\cdot\Delta^{-1}\cdot J} Z_0[0].$$

Claramente, por cada factor de λ, tendremos un factor de $\left(\frac{\delta}{\delta J(y)}\right)^4$ que acabará evaluando a 4 de las Δ^{-1}'s en el mismo punto y (sobre cuya posición integramos).

Podemos representar a $Z[J]$ gráficamente.

Definimos primero al propagador libre



$$\equiv \Delta^{-1}(x,x') = K_F(x-x')$$

y denotamos

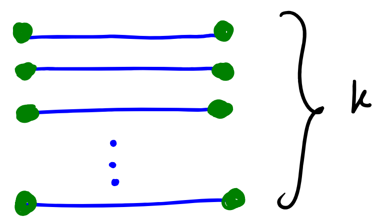
$$\equiv J(x) \,,$$

adoptando la convención de que

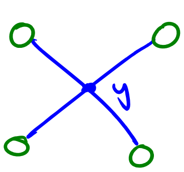
$$\equiv J\cdot\Delta^{-1}\cdot J \equiv \int d^4x\, d^4x'\, J(x)\,\Delta^{-1}(x,x')\,J(x') \,.$$

Esto nos permite representar

$$e^{\frac{1}{2}J\cdot\Delta^{-1}\cdot J} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}\,\frac{1}{2^k}$$

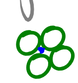


Definimos además

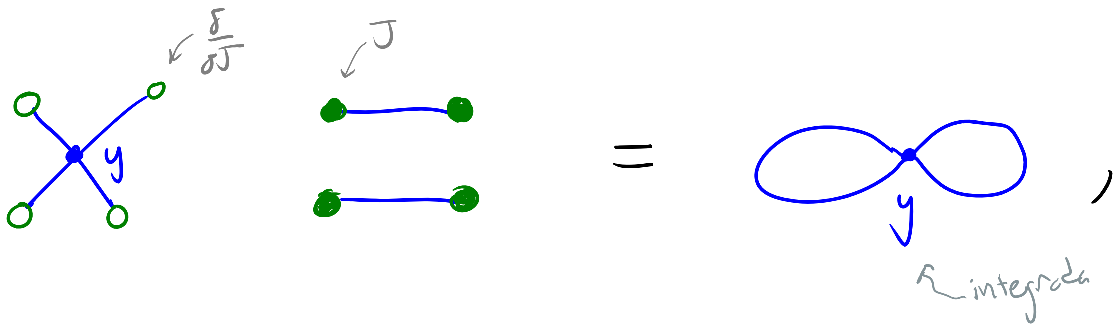


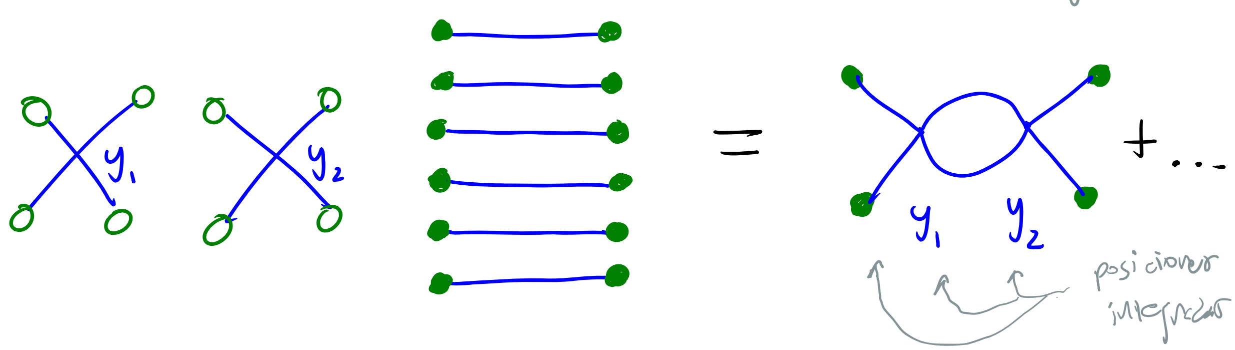
$$\equiv \int d^4y \left(\frac{\delta}{\delta J(y)}\right)^4 \,,$$

OJO: ¡no incluye propagadores!



objeto que actúa sobre $\exp\left(\frac{1}{2} J\cdot\Delta^{-1}\cdot J\right)$ eliminando 4 J's a la vez y atando los propagadores correspondientes en un vértice de 4 patas. P.ej.,



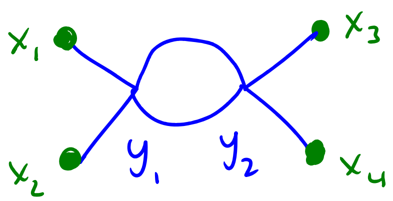


Vemos entonces que, a orden λ^n, la funcional generatriz $Z[J]$ es una suma $\sum_{k\geq 2n}$ que incluye todos los diagramas (no necesariamente conexos) con n vértices de 4 patas y $2k-4n$ puntos externos asociados a J's.

Físicamente, $Z(J)$ representa a la amplitud de propagación de $|\Omega\rangle_J$ a $|\Omega\rangle_J$ en presencia de la fuente externa $J(x)$, que por figurar en un término en vértice de 1 pata  $= \int dx\, J(x)$

el lagrangiano que es lineal en el campo φ, es capaz de crear o aniquilar a las partículas (libres) asociadas 1 a la vez, con amplitud $J(x)$, de tal modo que, p.ej.,

integradas



estos son vértices de 1 pata, que provienen de $\int d^4x\, \varphi J$

= amplitud de que, empezando con $|\Omega\rangle$, la fuente cree partículas en x_1, x_2, que se propagan a y_1, interactúan, se propagan a y_2, interactúan, y se propagan a x_3, x_4, donde finalmente son aniquiladas por la fuente.

Vale la pena notar por cierto que la funcional generatriz en tiempo euclideano,

$$Z_E[J_E] \equiv \int \mathcal{D}\varphi \exp\left[-\int d^4x_E \{\mathcal{L}_E - J_E\varphi\}\right]$$

$$d^4x_E \equiv dt_E\, d^3x \equiv i\, d^4x \qquad J_E \equiv -iJ,$$

es formalmente idéntica a la función de partición

$$Z_E[J_E] = \int \mathcal{D}\varphi \exp[-\beta H_E] = \int \mathcal{D}\varphi \exp\left[-\beta \int d^4x_E\, \mathcal{H}_E\right]$$

no confundir con enunciado en pp. 540-41

en mecánica estadística clásica, para un sistema continuo que vive en un espacio con 4 dimensiones espaciales, con densidad Hamiltoniana $\mathcal{H}_E \equiv \mathcal{L}_E - J_E \varphi$ (donde J_E se interpreta como un campo externo) y temperatura inversa $\beta = 1/\hbar$.

Conociendo ya la forma que toma la expansión perturbativa para $Z[J]$, recordemos que para determinar la función de correlación de N puntos debemos diferenciar con respecto a N J's más ($\equiv \underset{x_1}{\circ} \; \underset{x_2}{\circ} \cdots \underset{x_N}{\circ}$), y después poner $J=0$, fijos de manera que sob sobrevivirán los diagramas en $Z[J]$ que tengan exactamente N puntos externos (es decir, con $k = \frac{N}{2} + 2n$ propagadores — ver p. 563).

Consideremos, p.ej., el caso $N=2$. El numerador en la fórmula para el propagador interactuante $G_2(x_1, x_2)$ es

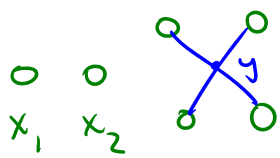
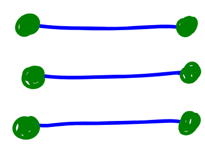
$$N_2(x_1,x_2) \equiv \int \mathcal{D}\varphi \, \varphi(x_1)\varphi(x_2) \, e^{i\int d^4x \mathcal{L}}$$

$$= \frac{\delta}{\delta J(x_1)} \frac{\delta}{\delta J(x_2)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left(\frac{-i\lambda}{4!}\int d^4y \frac{\delta^4}{\delta J(y)^4}\right)^n e^{\frac{1}{2}J\cdot\Delta^{-1}\cdot J}\Big|_{J=0} Z_0[0].$$

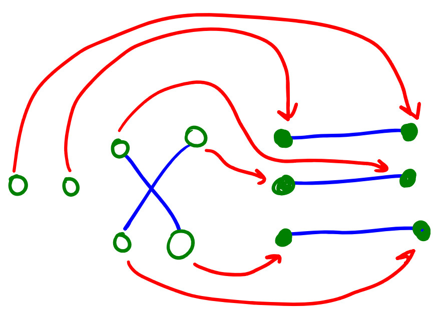
Los términos que aparecen aquí a distintos órdenes en la serie de potencias en λ son

$n=0$: $\lambda^0 \Delta^{-1}(x_1, x_2)\, Z_0[0] =$  $Z_0[0]$

$$n=1 : \quad \lambda^1 \frac{\delta}{\delta J(x_1)} \frac{\delta}{\delta J(x_2)} \frac{1}{4!}\left(-i\int d^4y \frac{\delta^4}{\delta J(y)^4}\right) e^{\frac{1}{2} J\cdot\Delta^{-1}\cdot J}\Big|_{J=0} Z_0[0]$$

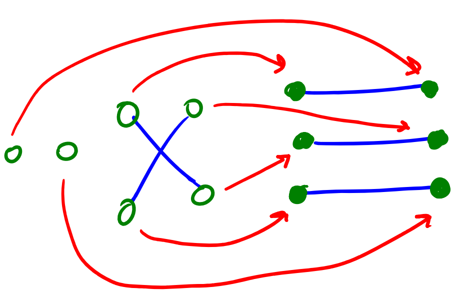
$= \lambda^1\left(-\frac{i}{4!}\right)$  $\frac{1}{3!}\frac{1}{2^3}$  $Z_0[0]$

las 6 derivadas pueden actuar en $6! = 720$ órdenes

$= \frac{-i\lambda}{4!\,3!\,2^3}\Big\{ \underbrace{3\cdot 2\cdot 4!}_{144}$ 

sólo 2 patrones topológicamente distintos

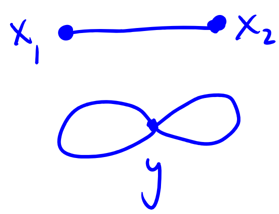
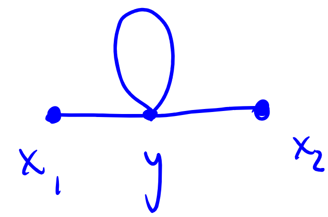
$144 + 576 = 720$ ✓

$+ \underbrace{3\cdot 2^3\cdot 4!}_{576}$  $\Big\} Z_0[0]$

lunes, 25 de febrero de 2008 11:47 p.m.

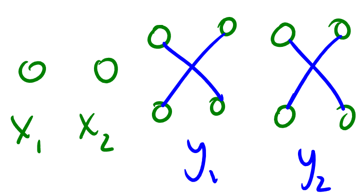
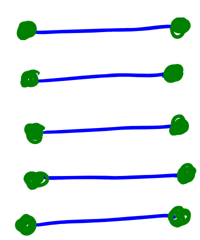
es decir,

$$N_2^{(1)}(x_1-x_2) = -i\lambda \int d^4y \left\{ \frac{1}{8} K_F(x_1-x_2) K_F(y-y)^2 + \frac{1}{2} K_F(x_1-y)\, K_F(y-y)\, K_F(y-x_2) \right\} Z_0[0]$$

$\equiv \Big\{$  $+$  $\Big\}\, Z_0[0]$,

que coincide exactamente con lo que obtuvimos en las pp. 404-5.

$n=2$: $$\lambda^2 \frac{1}{2!\,4!^2} \frac{\delta}{\delta J(x_1)} \frac{\delta}{\delta J(x_2)} \left(-i\int d^4y \frac{\delta^4}{\delta J(y)^4}\right)^2 e^{\frac{1}{2} J\cdot\Delta^{-1}\cdot J}\Big|_{J=0} Z_0[0]$$

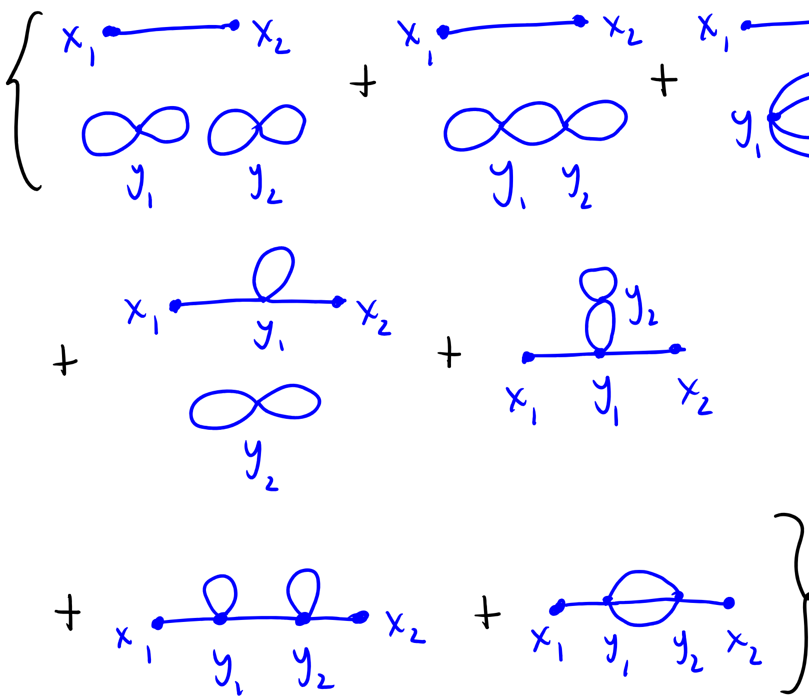
$= \lambda^2 \frac{1}{2!\,4!^2}$  $\frac{1}{5!\,2^5}$  $Z_0[0]$

$10! = 3{,}628{,}800$ términos

de 7 tipos distintos,

es decir,

$N_2^{(2)}(x_1,x_2) =$



$Z_0[0]$,

$(\mathrm{Det})^{-1/2}$

etc.

L44.75: 23/01/19 (+40 min)

Claramente recuperamos los mismos diagramas que obtuvimos antes (pp. 402-409) por cuantización canónica, y al dividir entre el denominador $D_2 = D_N \equiv D$, tendremos nuevamente la cancelación de las 'burbujas de vacío' (pp. 410-412) y del factor de $Z_0[0]$.

Podemos notar también que los factores numéricos a orden λ^n, $\underbrace{\frac{1}{n!}\left(\frac{1}{4!}\right)^n}_{\text{de } \exp(iS_{int})} \underbrace{\frac{1}{(2n+1)!}\,\frac{1}{2^{2n+1}}}_{\text{de } \exp(\frac{1}{2}J\cdot\Delta^{-1}\cdot J)}$, son justamente los mismos que encontramos por cuantización canónica, excepto por $\frac{1}{(2n+1)!}\frac{1}{2^{2n+1}}$ que acompaña a ()$^{2n+1}$.

Pero este factor se cancela por completo al tomar las $4n+2$ derivadas $\frac{\delta}{\delta J}$, porque se obtiene el mismo resultado reordenando los $2n+1$ factores de $J \cdot \Delta^{-1} \cdot J$ en las $(2n+1)!$ maneras posibles, y eligiendo en cada uno de esos factores a cualquiera de las 2 J's para diferenciarla primero.

Deducimos entonces exactamente las mismas reglas de Feynman que ya conocíamos (p. 416, 418), incluyendo la fórmula para el factor de simetría (p. 405).

El método de cuantización por integral de trayectoria nos permite llegar mucho más rapidamente a estas reglas, porque no necesitamos lidiar con operadores y el teorema de Wick — simplemente estamos encontrando un método aproximado para hacer una integral. Enfatizaremos este punto en la Tarea 8 del próximo semestre.

Entendemos ahora el formalismo de la integral funcional para un campo escalar $\varphi(x)$. Por generalidad, y para describir al mundo real, nos interesan además los casos de un campo vectorial $A_\mu(x)$ y espinorial $\psi(x)$.

Consideremos primero la integral funcional para un campo vectorial sin masa (p.ej., el campo electromagnético):

$$\int DA_\mu(x)\, e^{iS[A]}$$

$$= \int DA_0\, DA_1\, DA_2\, DA_3 \exp\Big[i \underbrace{\int d^4x \Big\{-\tfrac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)\Big\}}_{\overset{\text{partes}}{=} \int d^4x \left\{\frac{1}{2} A_\mu \underbrace{(\eta^{\mu\nu}\partial^2 - \partial^\mu\partial^\nu)}_{\equiv \Delta_x^{\mu\nu}} A_\nu\right\}}\Big] .$$

integral gaussiana $\Rightarrow$ ¿buscar función de Green?

Podemos notar que para $\theta(x)$ arbitraria,

$$\Delta_x^{\mu\nu}\, \partial_\nu \theta(x) = (\partial^\mu \partial^2 - \partial^\mu \partial^2)\, \theta(x) = 0 ,$$

p. 338

lo cual muestra que $\Delta_x^{\mu\nu}$ NO es invertible, es decir, miércoles, 27 de febrero de 2008 06:56 p.m.

No existe $\Delta^{-1}_{\nu\lambda}$ tal que $\Delta^{\mu\nu}_{x}\Delta^{-1}_{\nu\lambda}(x,x') = i\,\delta^{\mu}_{\lambda}\,\delta^{(4)}_{(x-x')}$.

No podemos entonces completar el cuadrado en $S[A]+\int A_\mu J^\mu$, y peor aún, $\int DA_\mu\, e^{iS}$ diverge por falta de supresión para $A_\mu = \partial_\mu \theta$.

Este problema, como vemos (y vimos también en la p. 338), se origina por la invariancia de norma de la teoría: los campos $A_\mu(x)$ y

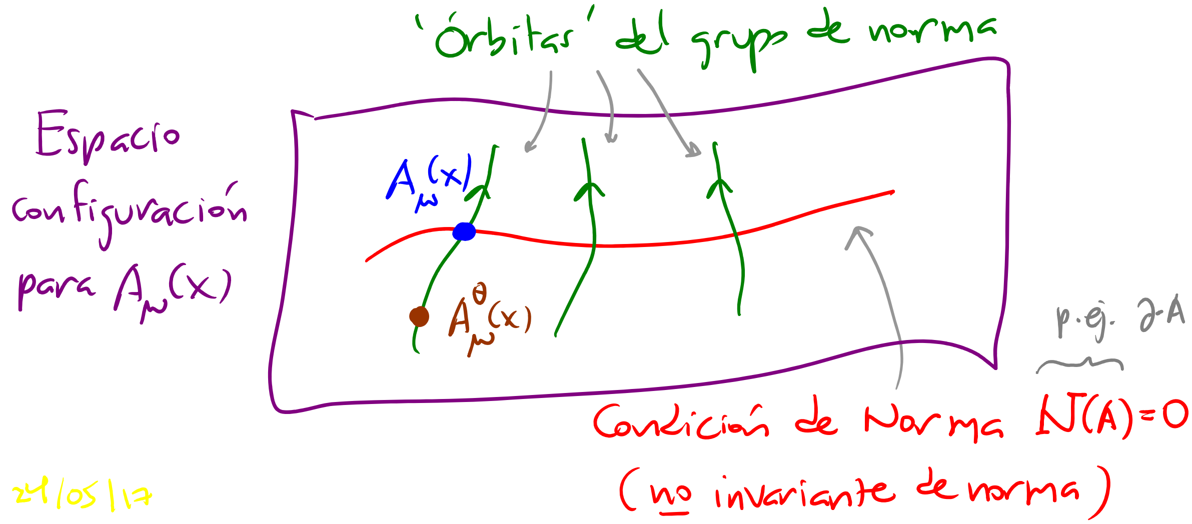
$$\boxed{A^{\theta}_{\mu}(x) \equiv A_\mu(x) - \partial_\mu \theta(x)}$$

son físicamente equivalentes.

Lo que estamos haciendo mal es que en $\int DA_\mu$, las variables de integración NO corresponden todas directamente a grados de libertad físicos: en cada punto x hay 4 variables A_μ, para describir a apenas 2 grados de libertad. La suma sobre todos los A_μ's sin restricciones incluye a cada configuración física un número infinito de veces (es decir, $A^{\theta}_{\mu}(x)\ \forall\ \theta(x)$), y por tanto inevitablemente diverge.

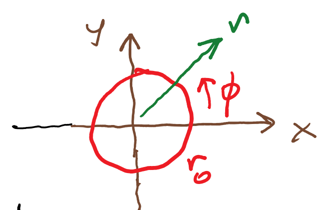
L3: 08/02/23

Para resolver este problema, necesitamos imponer condiciones de norma, de tal manera que contemos cada configuración física solamente una vez:



L42: 24/05/17

La pregunta clave es cuál es la medida de integración adecuada. Esto es análogo p.ej. al cambio de variables $\int dx\,dy = \int d\phi\, r\,dr \overset{r=r_0}{\Longrightarrow} \int r_0\, d\phi$.



En nuestro caso, para obtener la medida de integración sobre $N(A)$, utilizaremos un truco de Faddeev y Popov: insertaremos en la integral funcional

$$1 = \int \mathcal{D}\theta(x)\, \delta^{(\infty)}[\underbrace{N(A^\theta)}_{\text{p.ej. } \partial\cdot A^\theta}]\, \mathrm{Det}\left(\frac{\delta N(A^\theta)}{\delta \theta(x)}\right) = \int \mathcal{D}N(A^\theta(x))\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)]$$

(que es el análogo infinito-dimensional de

$$1 = \int \underbrace{d\theta_1 \cdots d\theta_N}_{d^N\vec{\theta}}\, \delta^{(N)}(\vec{N}(\vec{\theta}))\, \det\left(\frac{\partial N_n}{\partial \theta_m}\right)\Big).$$

$\delta^{(\omega)}[N(A^\theta)]$ es una delta de Dirac funcional, que impone la condición $N(A^\theta(x))=0$ en cada punto x (se le puede pensar entonces como $\prod_x \delta(N(A^\theta(x)))$, en versión discretizada).

P.ej., si queremos preservar la invariancia de Lorentz de manera manifiesta, podemos fijar la norma de Lorentz (ó Lorenz) $N(A)=\partial_\mu A^\mu=0$. De hecho, más adelante usaremos la condición un poco más general $N_\omega(A)\equiv\partial_\mu A^\mu-\omega=0$, con $\omega(x)$ una función arbitraria. Tendremos entonces

$$N_\omega(A^\theta)=\partial_\mu \underbrace{(A^\theta)^\mu}_{A^\mu-\partial^\mu\theta}-\omega=\partial_\mu A^\mu(x)-\partial^2\theta(x)-\omega(x)$$

y por tanto

$$\frac{\delta N_\omega(A^\theta)}{\delta\theta(y)}=-\partial^2\delta^{(4)}(x-y),$$

que según podemos notar, es independiente tanto de A_μ como de θ. Su determinante funcional es el producto de sus eigenvalores. En el caso de una teoría de norma no abeliana, la regla de transformación $A_\mu(x)\longrightarrow A_\mu^\theta(x)$ es más complicada (p. 330) y la derivada funcional

$\dfrac{\delta N(A^\theta(x))}{\delta\theta(y)}$ No resulta ser ya independiente de $A_\mu(x)$,

pero sí lo es de $\theta(x)$.

Para el caso general, conviene definir la determinante de Faddeev-Popov

$$1 = \int \mathcal{D}\theta(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)]\, \mathrm{Det}\left(\frac{\delta N(A^\theta)}{\delta\theta(x)}\right)$$

$$\Delta_{FP}[A_\mu] \equiv \mathrm{Det}\left(\frac{\delta N(A^\theta)}{\delta\theta(x)}\right)\Bigg|_{N(A^\theta)=0}$$

← evaluada en condición de norma, No depende de $\theta(x)$

$$= \left\{ \int \mathcal{D}\theta(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)] \right\}^{-1},$$

objeto que es manifiestamente invariante de norma:

$$A_\mu^{\theta'} = A_\mu - \partial_\mu\theta'$$

$$A_\mu^{\theta'+\theta} = A_\mu - \partial_\mu\theta' - \partial_\mu\theta$$

$$\Delta_{FP}[A_\mu^{\theta'}] = \left\{ \int \mathcal{D}\theta(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A^{\theta'+\theta})] \right\}^{-1}$$

$$\overset{\theta''\equiv\theta'+\theta}{=} \left\{ \int \mathcal{D}\theta''(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A^{\theta''})] \right\}^{-1} = \Delta_{FP}[A_\mu].$$

$\theta''(x) = \theta(x) + \theta'(x) \Rightarrow \mathcal{D}\theta'' = \mathcal{D}\theta$

Insertando entonces

$$1 = \int \mathcal{D}\theta(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)]\, \mathrm{Det}\left(\frac{\delta N(A^\theta)}{\delta\theta(x)}\right)$$

$$= \Delta_{FP}[A_\mu] \int \mathcal{D}\theta(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)],$$

tenemos

$$\int \mathcal{D}A_\mu(x)\, e^{iS[A]} = \int \mathcal{D}A_\mu\, e^{iS[A]} \overbrace{\Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}\theta\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)]}^{1}$$

$$= \int \mathcal{D}\theta \int \mathcal{D}A_\mu\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)]\, \Delta_{FP}[A]\, e^{iS[A]} .$$

Ahora cambiemos la variable de integración,

$$A_\mu(x) \longrightarrow A_\mu^\theta(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu \theta(x) .$$

En cada x (y para cada elección específica de $\theta(x)$) esto corresponde simplemente a añadir una constante, así que $\mathcal{D}A_\mu(x) = \mathcal{D}A_\mu^\theta(x)$.

Además, sabemos que, por invariancia de norma, $S[A] = S[A^\theta]$. Y hemos visto también que $\Delta_{FP}[A] = \Delta_{FP}[A^\theta]$, de modo que

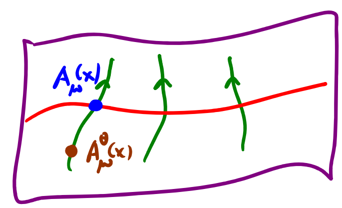
$$\int \mathcal{D}A_\mu(x)\, e^{iS[A]} = \int \mathcal{D}\theta(x) \int \mathcal{D}A_\mu^\theta(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A^\theta)]\, \Delta_{FP}[A^\theta]\, e^{iS[A^\theta]} .$$

Llegados a este punto, podemos ahora <u>renombrar</u> a la variable de integración $A_\mu^\theta(x) \longrightarrow A_\mu(x)$, para obtener

$$\int \mathcal{D}A_\mu(x)\, e^{iS[A]} = \int \mathcal{D}\theta(x) \int \mathcal{D}A_\mu(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A)]\, \Delta_{FP}[A]\, e^{iS[A]} .$$

(Este último paso no es una transformación de norma, sino un simple cambio de nombre análogo a $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dy\, f(y)$.)
Nada depende ya del parámetro de norma $\theta(x)$, así que la integración $\int \mathcal{D}\theta(x)$ simplemente da el volumen del grupo de norma, que es justamente el infinito debido a la redundancia, que queríamos eliminar. Omitiendo este factor, vemos que para fijar la norma $N(A)=0$, debemos trabajar no con $\int \mathcal{D}A_\mu\, e^{iS[A]}$ sino con

$$\boxed{\int \mathcal{D}A_\mu(x)\, \delta^{(\infty)}[N(A)]\, \Delta_{FP}[A]\, e^{iS[A]}} .$$



La delta de Dirac en esta expresión cumple la función de restringir la integral sobre A_μ de tal manera que cada configuración física se incluye solamente una vez (es decir, la integral corre sólo sobre la curva roja del diagrama en la p. 572), y la determinante de Faddeev-Popov,

$\Delta_{Fp}[A]$, nos da la medida apropiada para esta integral restringida.

Podríamos ahora aplicar nuestra fórmula general al caso de la norma de Lorentz, $N(A) = \partial_\mu A^\mu$, pero en ese caso resulta difícil eliminar a $\delta^{(\infty)}[N(A)]$.

En lugar de ello, usaremos la norma de Lorentz modificada $N_\omega[A] \equiv \partial_\mu A^\mu(x) - \omega(x)$:

$$\int \mathcal{D}A_\mu(x)\, e^{iS[A]} = \int \mathcal{D}\theta(x) \int \mathcal{D}A_\mu(x)\, \delta^{(\infty)}[\partial_\mu A^\mu - \omega]\, \Delta_{Fp}[A]\, e^{iS[A]} .$$

Esta fórmula es válida para cualquier función $\omega(x)$, así que podemos incluso integrar sobre $\omega(x)$ en ambos lados. Para obtener un resultado finito, conviene hacer esto con un peso gaussiano, con ancho ξ arbitrario:

$$\int \mathcal{D}\omega \exp\left\{-i\int d^4x \frac{\omega(x)^2}{2\xi}\right\} \int \mathcal{D}A_\mu\, e^{iS[A]}$$

$$= \int \mathcal{D}\omega \exp\left\{-i\int d^4x \frac{\omega(x)^2}{2\xi}\right\} \int \mathcal{D}\theta \int \mathcal{D}A_\mu\, \delta^{(\infty)}[\partial\cdot A - \omega]\, \Delta_{Fp}[A]\, e^{iS[A]}$$

$$= \int \mathcal{D}\theta \int \mathcal{D}A_\mu\, \Delta_{Fp}[A]\, e^{iS[A] - i\int d^4x \frac{1}{2\xi}(\partial\cdot A)^2} .$$

La integral gaussiana del lado izquierdo es simplemente una constante (que depende del parámetro ξ), y en el caso abeliano, también lo es Δ_{FP}, así que definiendo

$$\mathcal{N}_\xi \equiv \Delta_{FP} \left(\int \mathcal{D}\omega(x) \exp\left\{ -i \int d^4x \, \frac{\omega(x)^2}{2\xi} \right\} \right)^{-1},$$

y

$$\mathrm{Vol}(U(1)) \equiv \int \mathcal{D}\theta(x)$$ volumen del grupo $U(1)$ local,

$\sim e^{i\alpha}$ $0 \le \alpha < 2\pi$

en conjunto hemos obtenido

$$\boxed{\int \frac{\mathcal{D}A_\mu(x)}{\mathrm{Vol}(U(1))} e^{iS[A]} = \mathcal{N}_\xi \int \mathcal{D}A(x) \exp\left[i \int d^4x \left\{ \mathcal{L} - \frac{1}{2\xi} (\partial \cdot A)^2 \right\} \right]}.$$

Es decir, el efecto neto de eliminar la redundancia es agregar a la densidad Lagrangiana el término "fijador de norma" $-\frac{1}{2\xi}(\partial \cdot A)^2$, que en cuantización canónica usando la norma de Lorentz habíamos añadido a mano (ver p. 356, donde usamos $\zeta \equiv 1/\xi$).

En el caso no abeliano (ver pp. 329-333), $\Delta_{FP}[A]$ No puede sacarse de la integral $\int \mathcal{D}A_\mu$, pero es posible representarla como una integral funcional sobre campos auxiliares fermiónicos $c(x), b(x)$ conocidos como "fantasmas de Faddeev-Popov", que figuran entonces en un término adicional en la acción. Entenderemos mejor este punto más adelante, cuando estudiemos la integral de trayectoria sobre campos fermiónicos.

El mismo argumento implica que podemos calcular funciones de correlación usando

$$\int \frac{\mathcal{D}A_\mu}{\mathrm{Vol}(U(1))} \mathcal{O}_1(A(x_1)) \cdots \mathcal{O}_N(A(x_N))\, e^{iS[A]}$$

$$= \mathcal{N}_\xi \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{O}_1(A(x_1)) \cdots \mathcal{O}_N(A(x_N)) \exp\left[i\int d^4x \left\{\mathcal{L} - \frac{1}{2\xi}(\partial\cdot A)^2\right\}\right]$$

siempre y cuando los operadores $\mathcal{O}_n(A)$ sean invariantes de norma, como p.ej. $F_{\mu\nu}(x)$ (porque en un paso intermedio del argumento necesitaremos usar $\mathcal{O}_n(A) = \mathcal{O}_n(A^\theta)$).

jueves, 28 de febrero de 2008 12:06 a.m.

Tenemos entonces finalmente una fórmula para funciones de correlación de operadores invariantes de norma,

$$\boxed{\langle\Omega|T\{\hat{O}_1(\hat{A}(x_1))\cdots\hat{O}_N(\hat{A}(x_N))\}|\Omega\rangle = \lim_{T\to\infty(1-i\epsilon)} \frac{\int \mathcal{D}A_\mu\, O_1(A(x_1))\cdots O_N(A(x_N))\, e^{iS_\xi}}{\int \mathcal{D}A_\mu\, e^{iS_\xi}}}$$

donde $S_\xi \equiv \int d^4x \left\{ \mathcal{L} - \frac{1}{2\xi}(\partial\cdot A)^2 \right\}$.

Toda la información física de la teoría se puede extraer a partir de estas funciones de correlación. En particular, usando LSZ y una elección apropiada de $\hat{O}_n$'s tales que $\langle\vec{p}_n|\hat{O}_n(x)|\Omega\rangle \equiv \sqrt{Z_{O_n}} \neq 0$, podemos determinar cualquier amplitud de dispersión (ver p. 444, donde enfatizamos que los campos básicos $\hat{\varphi}_\ell(x)$ NO son especiales en este sentido).

A pesar de esto, frecuentemente es conveniente poder calcular funciones de correlación de operadores NO invariantes de norma (como el propio $A_\mu(x)$). En ese caso, podemos justificar el uso de la misma fórmula que tenemos arriba repitiendo primero el argumento de