

Discutiremos ahora el caso más notorio donde esto ocurre. Hasta ahora hemos analizado teorías de norma como QED o QCD, donde el campo de norma $A_\omega(x)$ se acopla a un espinor de Dirac $\psi(x)$.

Sabemos que podemos descomponer a $\psi(x)$ en 2 espinores de Weyl (p.236),

$$\psi(x) = \psi_I(x) + \psi_D(x), \quad \text{con} \quad \psi_{\frac{I}{D}}(x) \equiv \frac{1}{2}(\mathbb{1} \mp \gamma^5)\psi(x).$$

$\underbrace{i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3}_{\text{matrices de proyección}}$
 $\equiv P_{\frac{I}{D}}$

\uparrow izquierdo \uparrow derecho
 $=$ quiralidad negativa $=$ quiralidad positiva

(ψ_I y ψ_D se intercambian bajo paridad, $M(P) = \gamma^0$.)
 En la base de Weyl, $P_I = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $P_D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{1} \end{pmatrix}$,
 de modo que

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_I(x) \\ \psi_D(x) \end{pmatrix}.$$

Un acoplamiento al campo de norma que involucre a $\psi(x)$ completo, $D_\omega \psi = (\partial_\omega + ig A_\omega^{\alpha T \alpha}) \psi(x)$, trata a ψ_I y ψ_D en el mismo pre, y es lo

que se tiene en una teoría de norma no quiral.
 Es el caso de QED y QCD. Si por el contrario Ψ_I y Ψ_D NO tienen las mismas interacciones de norma, entonces hablamos de una teoría de norma quiral. Es el caso de la teoría electrodébil, donde el campo de norma $SU(2)$ se acopla solo a la parte izquierda de los campos fermiónicos.

El ejemplo más sencillo de una teoría quiral es un campo de norma $U(1)$ acoplado únicamente a un espino de Weyl izquierdo con carga $Q = +1$:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i \Psi_I^\dagger \underbrace{\bar{\sigma}^\mu}_{=(\mathbb{1}, -\vec{\sigma})} (\partial_\mu + ig A_\mu) \Psi_I$$

p. 250

Esto puede reescribirse en términos de un campo de Dirac en la forma

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i \underbrace{\bar{\Psi} \gamma^\mu}_{\begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}} (\partial_\mu + ig A_\mu) \underbrace{P_I \Psi}_{\left. \begin{array}{l} \text{usando} \\ P_\pm \gamma^\mu = \gamma^\mu P_\pm \\ P_I^2 = P_I \end{array} \right\}}$$

donde $\Psi(x) = \begin{pmatrix} \Psi_I(x) \\ \Psi_D(x) \end{pmatrix}$ con $\Psi_D(x)$ arbitrario. Si valor

es irrelevante, porque P_{\pm} lo elimina por completo de la acción.

Vale la pena resaltar que no es posible escribir un término de masa para ψ_{\pm} , porque (p.250)

$$m\bar{\psi}\psi = m\psi_{\pm}^{\dagger}\psi_{\pm} + m\psi_{\pm}^{\dagger}\psi_{\pm}, \quad \text{y} \quad m\bar{\psi}_{\pm}\psi_{\pm} = 0.$$

Al no haber masa, tenemos simetría quiral, y por tanto clásicamente la corriente quiral $J_5^{\mu} = \bar{\psi}\gamma^{\mu}\gamma^5\psi$ se conserva, $\partial_{\mu}J_5^{\mu} = 0$, lo cual es importante

porque estamos acoplando esta corriente a A_{μ} :

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -g\bar{\psi}\gamma^{\mu}A_{\mu}P_{\pm}\psi = -\frac{1}{2}(A_{\mu}J^{\mu} - A_{\mu}J_5^{\mu}).$$

Aun así, veremos que a nivel cuántico son precisamente los términos con γ^5 los que causan problema, porque en última instancia J_5^{μ} no se conserva.

Con la teoría escrita en términos de $\psi(x)$,

$$\mathcal{L} \supset i\bar{\psi}\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} + igA_{\mu})P_{\pm}\psi,$$

podemos de inmediato leer las reglas de Feynman para el propagador del fermión y el vértice,

$$\rightarrow = P_I \frac{i \not{p}}{p^2} \quad \text{---} = -ig \gamma^\mu P_I \cdot$$

Con esto podemos calcular por ejemplo el diagrama de polarización del vacío a un lazo,

$$i\Pi^{\mu\nu}(p) = \text{---}^{\mu} \text{---}^{\nu} + \text{---} \otimes_1 \text{---} + \mathcal{O}(g^4)$$

$D=2$

$$= i\Pi_{1k_2}^{\mu\nu}(p) - i \delta Z_3^{(1)} (\eta^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) + \mathcal{O}(g^4)$$

$$(-1) (-ig)^2 (i)^2 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr} [P_I (\not{p} + \not{l}) (\gamma^\mu P_I) P_I \not{l} (\gamma^\nu P_I)]}{(p+l)^2 l^2}$$

La traza se puede simplificar (usando $P_I \gamma^\mu = \gamma^\mu P_I$, $P_I^2 = P_I$) y

$$\text{Tr} [(\not{p} + \not{l}) \gamma^\mu \not{l} \gamma^\nu P_I] = \frac{1}{2} \text{Tr} [(\not{p} + \not{l}) \gamma^\mu \not{l} \gamma^\nu] \leftarrow \text{mitad del resultado para } \psi$$

$$- \frac{1}{2} \text{Tr} [(\not{p} + \not{l}) \gamma^\mu \not{l} \gamma^\nu \gamma^5] \quad \text{completo}$$

$$\stackrel{p.485}{=} 4i \epsilon^{\rho\mu\sigma\nu} (p+l)_\rho l_\sigma, \quad \leftarrow \begin{matrix} 0 \text{ por antisimetría} \\ \text{en } p \text{ o } l \end{matrix}$$

con lo cual tenemos

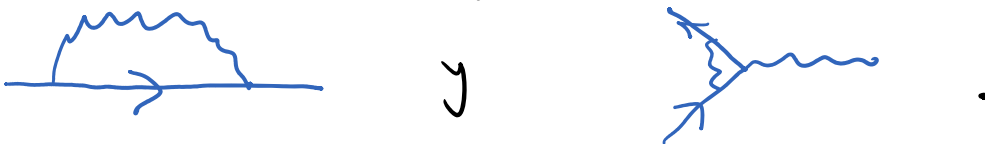
$$i\Pi^{\mu\nu}(p) = \frac{1}{2} \Pi_{\text{Dirac}}^{\mu\nu}(p) - 2i g^2 \epsilon^{\rho\mu\sigma\nu} p_\rho \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l_\sigma}{(p+l)^2 l^2} \\ - i \delta Z_3^{(1)} (\eta^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu) + \mathcal{O}(g^4).$$

La integral es divergente; pero en cualquier regularización invariante de Lorentz solo puede ser proporcional a p_σ , con lo cual el término proveniente de δ^5 se anula, $\epsilon^{\rho\mu\sigma\nu} p_\rho p_\sigma = 0$. Concluimos entonces que

$$\Pi_{\text{Weyl}}^{\mu\nu}(p) = \frac{1}{2} \Pi_{\text{Dirac}}^{\mu\nu}(p) \propto \eta^{\mu\nu} p^2 - p^\mu p^\nu,$$

lo cual es lógico físicamente porque un campo de Dirac equivale a 2 campos de Weyl, y además no permite verificar que $p_\mu \Pi^{\mu\nu}(p) = \Pi^{\mu\nu}(p) p_\nu = 0$, como esperamos por invariancia de norma \leftrightarrow Ward \leftrightarrow simetría $U(1)$ global.

Similarmente, se puede ver que no hay novedades interesantes en los diagramas primitivamente divergentes



Con esto queda claro que, tal como afirmamos en la

p. 939, la contribución de un fermión de Weyl al primer coeficiente de la función β es la mitad de la contribución de un fermión de Dirac.

La novedad importante aparecerá al considerar la amplitud $\Gamma^{\mu\nu\rho}$ en 3 patas externas de fotón

$$i\Gamma^{\mu\nu\rho}(p, q, r) = \int_{D=1} \rho \left[\text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} \right],$$

$r = -p - q$

que en el caso de un fermión de Dirac se analiza por invariancia bajo conjugación de carga (p. 756) $C: \psi \rightarrow \psi^c$. Para un fermión de Weyl no tenemos esa invariancia, así que debemos calcular los diagramas:

$$i\Gamma^{\mu\nu\rho}(p, q, r) = (-1)(-ig)^3 (ig)^3 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{\text{Tr}[(l-p)\gamma^\mu \not{l} \gamma^\nu (l+q)\gamma^\rho P_{\pm}]}{(l-p)^2 l^2 (l+q)^2} + \frac{\text{Tr}[(l-p)\gamma^\nu \not{l} \gamma^\mu (l+q)\gamma^\rho P_{\pm}]}{(l-q)^2 l^2 (l+p)^2} \right\} + \mathcal{O}(g^5).$$

El término en $\frac{1}{2}\mathbb{1}$ en P_{\pm} simplemente da otra vez la mitad del resultado para el ψ completo, que en este caso sabemos que es cero. Podemos reemplazar entonces $P_{\pm} \rightarrow -\frac{1}{2}\gamma^5$.

Por invariancia de norma \leftrightarrow Ward \leftrightarrow simetría global $U(1)$,
 la amplitud se debe anular cuando cualquiera de los 3 fotones tiene
 polarización longitudinal:

$$p_\mu \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, f, r) = f_\nu \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, f, r) = r_\rho \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, f, r) = 0.$$

$\swarrow r = -p - f$

Revisemos primero el último enunciado, que involucra la traza

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \text{Tr}[(\not{k}-\not{p})\gamma^\mu \not{k}\gamma^\nu (\not{k}+\not{f})\gamma^\rho \gamma_5] &= -\frac{1}{2} \text{Tr}[(\not{k}-\not{p})\gamma^\mu \not{k}\gamma^\nu (\not{k}+\not{f})(-\not{p}-\not{f})\gamma_5] \\ &\stackrel{\text{circularidad y propiedades de } \gamma_5}{=} +\frac{1}{2} \text{Tr}[\not{k}\gamma^\nu (\not{k}+\not{f})^2 (\not{k}-\not{p})\gamma^\mu \gamma_5] - \frac{1}{2} \text{Tr}[\not{k}\gamma^\nu (\not{k}+\not{f}) (\not{k}-\not{p})^2 \gamma^\mu \gamma_5] \\ &\stackrel{p.485}{=} 2i \epsilon^{\sigma\nu\tau\mu} \left[\underbrace{\not{k}_\sigma (\not{k}-\not{p})_\tau}_{\circ} (\not{k}+\not{f})^2 - \not{k}_\sigma (\not{k}+\not{f})_\tau (\not{k}-\not{p})^2 \right] \\ &\quad \text{por anti simetría } \circ \\ &= -2i \epsilon^{\sigma\nu\tau\mu} \left[\not{k}_\sigma \not{p}_\tau (\not{k}+\not{f})^2 + \not{k}_\sigma \not{f}_\tau (\not{k}-\not{p})^2 \right]. \end{aligned}$$

Tenemos entonces

$$\begin{aligned} r_\rho \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, f, r) &= -2g^3 \epsilon^{\sigma\nu\tau\mu} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\frac{\not{k}_\sigma \not{p}_\tau}{k^2 (k-p)^2} + \frac{\not{k}_\sigma \not{f}_\tau}{k^2 (k+f)^2} \right] \\ &\quad + \left(\begin{matrix} p \\ \mu \end{matrix} \leftrightarrow \begin{matrix} f \\ \nu \end{matrix} \right) + \mathcal{O}(g^5). \end{aligned}$$

La primera integral solo depende de p , así que cualquier

regularización invariante de Lorentz dada

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l_\sigma p_\tau}{l^2 (l-p)^2} = c \overset{\text{divergente}}{p_\sigma p_\tau}, \text{ que se anula al cancelar}$$

con $\epsilon^{\sigma\nu\tau\omega}$. Similarmente,

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l_\sigma f_\tau}{l^2 (l+f)^2} = -c f_\sigma f_\tau, \text{ que también se anula.}$$

Con esto logramos verificar que $\nu_\rho \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, f, r) = 0$. ✓

Por otra parte,

$$P_\mu \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, f, r) = i g^3 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{\frac{1}{2} \text{Tr}[(l-p)\not{p}\not{l}\gamma^\nu(l+f)\gamma^\rho\gamma_5]}{(l-p)^2 l^2 (l+f)^2}$$

$$+ \left(\begin{matrix} p \\ \mu \leftrightarrow \\ \nu \end{matrix} \right) + \mathcal{O}(g^5).$$

Reescribiendo $\not{p} = -(l-p)\not{l} + \not{l}$, la traza se convierte en

$$-\frac{1}{2} \text{Tr} \left[\underbrace{(l-p)^2}_{(l-p)^2} \not{l} \gamma^\nu (l+f) \gamma^\rho \gamma_5 \right] + \frac{1}{2} \text{Tr} \left[(l-p) \underbrace{\not{l}^2}_{l^2} \gamma^\nu (l+f) \gamma^\rho \gamma_5 \right]$$

$$= -2i \epsilon^{\sigma\nu\tau\rho} \left[(l-p)^2 l_\sigma (l+f)_\tau - l^2 (l-p)_\sigma (l+f)_\tau \right]$$

$$= -2i \epsilon^{\sigma\nu\tau\rho} \left[(l-p)^2 l_\sigma f_\tau - l^2 (l-p)_\sigma (p+f)_\tau \right].$$

Con esto llegamos a

$$P_{\mu}^{\nu} \Gamma_{(p, f, r)}^{\mu\nu\rho} = 2g^3 \epsilon^{\sigma\nu\rho} \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \left[\frac{l_{\sigma} \tau_z}{l^2 (l+f)^2} - \frac{(l-p)_{\sigma} (p+f)_z}{(l-p)^2 (l+f)^2} \right] + \left(p \leftrightarrow f \right) + \mathcal{O}(g^5).$$

La primera integral da un resultado proporcional a $\tau_{\sigma} \tau_z$, que se anula al contraer con $\epsilon^{\sigma\nu\rho}$. La segunda se anularía también si pudiéramos correr la variable de integración $l \rightarrow l+p$, obteniendo entonces $\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l_{\sigma} (p+f)_z}{l^2 (l+p+f)^2} \propto (p+f)_{\sigma} (p+f)_z$.

Pero al tratarse de una integral divergente, NO podemos correr simplemente la variable de integración, porque debemos tener un corte UV. Para ser más exactos, podríamos correr $l \rightarrow l+p$ si estuviéramos trabajando en regularización dimensional (porque $\int d^d l f(l+p) = \int d^d l f(l)$ fue parte de la definición de $\int d^d l$ en la p.776); pero en ese caso tendríamos que haber modificado nuestras manipulaciones que involucraron a $\gamma_5 \equiv i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$, porque $\{\gamma^{\mu}, \gamma_5\} = 0$ para $\mu=0,1,2,3$, pero $[\gamma^{\mu}, \gamma_5] = 0$ para otros valores de μ .

La regularización dimensional tiene entonces un problema específicamente con la definición de γ_5 , y por tanto, con una teoría quiral. La aparición de γ_5 ocasiona que se tenga invariancia de Lorentz solo para $n=0,1,2,3$; pero no para el espaciotiempo completo. Esto no es solo un problema técnico que pudiera quizás resolverse inventando algún truco: el punto es que la posibilidad misma de definir espinores de Weyl depende fuertemente del valor de la dimensión espaciotemporal d .

Regresemos entonces a la integral que tenemos,

$$I_{\sigma\epsilon}(p, \not{q}) \equiv \int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} \frac{(\not{\ell} - \not{p})_\sigma (\not{\ell} + \not{q})_\epsilon}{(\ell^2 - p^2)(\ell^2 + q^2)} = (\not{q})_\epsilon \int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} \frac{(\not{\ell} - \not{p})_\sigma}{(\ell^2 - p^2)(\ell^2 + q^2)},$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\equiv f_\sigma(\ell - p)}$

que es linealmente divergente.

Podemos desarrollar f en Taylor alrededor de ℓ :

$$f_\sigma(\ell - p) = \underbrace{f_\sigma(\ell)}_{\substack{\text{da contribución} \\ c(\not{q})_\sigma (\not{q})_\epsilon \\ \text{en } I_{\sigma\epsilon}}} - p^\omega \underbrace{\partial_\omega f_\sigma(\ell)}_{\substack{\text{dará término} \\ \text{de superficie en } I_{\sigma\epsilon}}} + \text{términos que decaen más} \\ \text{rápido y no contribuyen a } I_{\sigma\epsilon}.$$

Después de una rotación de Wick al caso euclideo,

$$\begin{aligned}
 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \partial_\omega f_\sigma(l) &= i \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\Omega_4 l^2 l_\omega f_\sigma(l) \frac{l_\sigma}{l^2(l+p+\not{f})^2} \\
 &\quad d\Omega_\omega \text{ elemento de superficie} \\
 &= i \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\Omega_4 \frac{l_\omega l_\sigma}{(l+p+\not{f})^2} \\
 &\quad \rightarrow \int d\Omega_4 \frac{l_\omega l_\sigma}{l^2} \\
 &\quad \stackrel{\text{p.786}}{=} \frac{\Omega_4}{4} \eta_{\omega\sigma} \quad \text{con } \Omega_4 = 2\pi^2 \quad \text{p.781} \\
 &= \frac{i}{32\pi^2} \eta_{\omega\sigma} .
 \end{aligned}$$

Aprendemos entonces que


$$I_{\sigma\tau}(p, \not{f}) \equiv \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{(l-p)_\sigma (l+\not{f})_\tau}{(l-p)^2 (l+\not{f})^2} = c (p+\not{f})_\sigma (p+\not{f})_\tau - \frac{i}{32\pi^2} P_\sigma (p+\not{f})_\tau ,$$

con lo cual

$$P_\mu \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, \not{f}, r) = \frac{i g^3}{8\pi^2} \epsilon^{\sigma\nu\rho\mu} P_\sigma \not{f}_\tau + \mathcal{O}(g^5) \neq 0 .$$

Un cálculo completamente análogo conduce a

$$g_{\nu} \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, q, r) = \frac{ig^3}{8\pi^2} \epsilon^{\sigma\rho\tau\omega} g_{\sigma} p_{\tau} + \mathcal{O}(g^5) \neq 0.$$

El hecho de que hemos obtenido un resultado asimétrico entre las 3 patas de fotón  se debe a que desde el principio nuestra definición de Γ NO era simétrica bajo

$p \leftrightarrow q \leftrightarrow r$, y después regularizar la integral $\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}$ de modo que fuera esféricamente simétrica con respecto a k^μ . Podríamos haber impuesto simetría esférica con respecto a una variable corrida $k^\mu + a(p+q)^\mu + b(p-q)^\mu$, con a, b constantes arbitrarias. Repitiendo los cálculos en este caso, se encuentra

$$p_{\mu} \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, q, r) = -\frac{ig^3}{8\pi^2} (1-b) \epsilon^{\nu\rho\sigma\tau} g_{\sigma} r_{\tau} + \mathcal{O}(g^5),$$

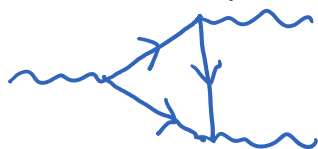
$$q_{\nu} \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, q, r) = -\frac{ig^3}{8\pi^2} (1-b) \epsilon^{\rho\mu\sigma\tau} r_{\sigma} p_{\tau} + \mathcal{O}(g^5),$$

$$r_{\rho} \Gamma^{\mu\nu\rho}(p, q, r) = -\frac{ig^3}{8\pi^2} 2b \epsilon^{\mu\nu\sigma\tau} p_{\sigma} q_{\tau} + \mathcal{O}(g^5).$$

Antes tendríamos $b=0$, así lo cual $p_{\mu} \Gamma^{\mu\nu\rho} \neq 0$, $q_{\nu} \Gamma^{\mu\nu\rho} \neq 0$. Si elegimos $b=1$, tendríamos $r_{\rho} \Gamma^{\mu\nu\rho} \neq 0$. Si elegimos $b=1/2$,

lograr que el resultado sea simétrico entre los 3 pines de fotones (esto es lo que se encuentra con regularización dimensional). Pero el punto importante es que NO hay nunca decaída que nos permita tener $p_\mu \Gamma^{\mu\nu\rho} = \not{p}_\nu \Gamma^{\mu\nu\rho} = \not{p}_\rho \Gamma^{\mu\nu\rho} = 0$, así que la teoría $U(1)$ con un solo campo de Weyl padece de una anomalía y NO es invariante de normas.

Consideremos ahora una teoría $U(1)$ con varios campos izquierdos, Ψ_{Ic} , $c=1,2,\dots,N$. Cada uno de ellos tendrá una carga Q_c , de modo que $D_\mu \Psi_{Ic} \equiv (\partial_\mu + ig Q_c A_\mu) \Psi_{Ic}$. En los diagramas de triángulo



, debemos sumar sobre el fermión c que corre en el lazo, y para cada fermión, obtendremos un factor de Q_c^3 extra a nuestro resultado anterior. La anomalía será proporcional entonces a $\sum_{c=1}^N Q_c^3$, y se anulará si resulta ser el caso que esta suma es cero. La opción más sencilla es tener N par con

$$Q_1 = -Q_2, \quad Q_3 = -Q_4, \quad \dots, \quad Q_{N-1} = -Q_N.$$

Este es precisamente el caso en el que nuestros espinores de Weyl pueden combinarse para obtener $N/2$ espinores de Dirac

$$\Psi_c(x) \equiv \begin{pmatrix} \psi_{Ic}(x) \\ \sigma^2 \psi_{Ic+1}^*(x) \end{pmatrix} \quad c=1, 3, \dots, N-1$$

← recordar de la Tarea 4 que esta combinación en verdad transforma como espinores derecho

así que en este caso no hay anomalía de norma por la sencilla razón de que nuestra teoría es no quirral.

Pero también existen teorías quirales dadas $\sum_{c=1}^N Q_c^3 = 0$.

Un ejemplo sería tener $N=9$, con $Q_1=2$ y $Q_2=Q_3=\dots=Q_9=-1$.

Esta teoría es entonces libre de anomalía a 1 lazo.

El Teorema de Adler-Bardeen muestra que la anomalía

No recibe ninguna contribución a 2 lazos o más [ver

p.ej. Weinberg Vol. II sec. 22.3, Srednicki Cap. 77], así

que las teorías con $\sum_{c=1}^N Q_c^3 = 0$ son completamente consistentes

a nivel cuántico.

En última instancia, la anomalía que hemos encontrado

esta relación con el hecho de que la corriente axial no se conserva a nivel cuántico, y en lugar de ello se tiene

$$\partial_\omega J_5^\omega = -\frac{g^2}{16\pi^2} \epsilon^{\omega\nu\rho\sigma} F_{\nu\rho} F_{\sigma\omega}$$

Esta es la famosa anomalía de Adler-Bell-Jackiw (ABJ).

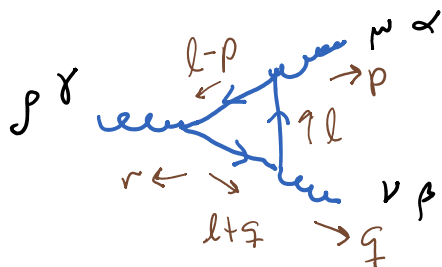
(Hay una expresión similar en cualquier dimensión par, p.ej. en $d=2$ se tiene $\partial_\omega J_5^\omega = \frac{g}{2\pi} \epsilon^{\omega\nu} F_{\nu\omega}$, donde $\gamma^5 \equiv \gamma^0\gamma^1$.)

En una teoría quiral, el campo de norma está acoplado a esta corriente, lo cual en general da lugar a la inconsistencia ya señalada,

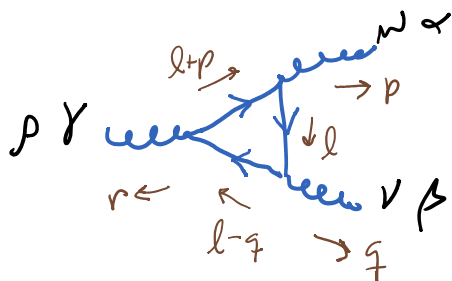
$$\int_p \Gamma^{\omega\nu\rho} (p, q, r) \propto \partial_p \left[\text{Diagrama de un triángulo con un vértice IP1} \right] \supset \langle \partial_p J_5^\rho J^\omega J^\nu \rangle \neq 0.$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{FF}$

En una teoría no abeliana con un campo de Weyl en la representación r del grupo de norma, los vértices vienen acompañados de factores de los generadores T^a , de modo que



$$\propto \text{Tr}(T_r^\alpha T_r^\beta T_r^\gamma),$$



$$\propto \text{Tr}(T_r^\alpha T_r^\gamma T_r^\beta).$$

Al relacionar los cálculos, se encuentra que el pedazo de los diagramas con $P_I \rightarrow \frac{1}{2} \mathbb{1}$ contribuye un factor de

$$\frac{1}{2} \text{Tr}([T_r^\alpha, T_r^\beta] T_r^\gamma) = \frac{i}{2} \mathcal{I}(r) f^{\alpha\beta\gamma}$$

↖ índice p. 930

(que entra en la renormalización del vértice cúbico) , mientras que el pedazo con $P_L \rightarrow -\frac{1}{2} \gamma_5$ contribuye

$$\frac{1}{2} \text{Tr}(\{T_r^\alpha, T_r^\beta\} T_r^\gamma) \equiv \underbrace{A(r)}_{\text{coeficiente de anomalía}} d^{\alpha\beta\gamma}$$

p.ej. en $SU(N)$: $A(N) = 1, A(\bar{N}) = -1$

tensor simétrico
independiente de r
 $\{T^\alpha, T^\beta\} = \delta^{\alpha\beta} + d^{\alpha\beta\gamma} T^\gamma$
para $SU(N)$

Así que para que la teoría esté bien definida, necesitamos que $A(r) = 0$, o más en general, que los $A(r)$ de los distintos reps se cancelen entre sí (como ocurre en el Modelo Estándar).

Llegamos entonces así al fin del curso. Algunos temas importantes que NO hemos cubierto, y que recomiendo leer por tanto de manera independiente son:

- Rompimiento Espontáneo de Simetría, bosones de Goldstone y mecanismo de Higgs
- Solitones, Instantones
- Expansión del producto de Operadores (OPE)
- Física de QCD y de la Teoría Electro débil
- Campos en Fondos Curvos [Birrell y Davies; Wald]
- Supersimetría y resultados exactos [p.ej. libros de Terning (holomorfía, localización, etc.) y de Shifman]
- Dualidades (p.ej. de Seiberg, Thirring-Sine-Gordon, etc.)
- Correspondencia Holográfica (o Norma/Gravedad, o AdS/CFT)
- Entrelazamiento [p.ej. Casini-Huerta, Calabrese-Cardy, Rangamani-Takayanagi]
- Nuevos métodos en la capa de masa para amplitudes de norma [p.ej. Arkani-Hamed, Cachazo, etc.]
- Resurgencia [p.ej. Unsal; Marino; Aniceto et al., 1802.10441]
- Integridad [p.ej. Beisert et al., 1012.3582]
- Sector IR de teorías de norma y gravedad [Strominger, 1703.05448
Pasterski, 1905.10052]

L31: 24/06/19

L27: 05/12/17