

↙ corregidos a 2 lazos, $\sigma(e^4) \sim \mathcal{O}(\alpha^2)$

Númericamente, $\frac{\alpha}{2\pi} \approx 0.0011614\dots$

Incluyendo correcciones de hasta 5 lazos (i.e. ~14,000 diagramas!),

p.ej. , la predicción teórica empató con

la medición experimental a más de 11 dígitos de precisión:

$$\begin{array}{r}
 \text{contribución hadrónica} \downarrow \quad \downarrow \text{debi} \\
 a_{\text{teor.}} = 0.00115965218203 (72) \quad \leftarrow \text{incertidumbre teórica} \\
 \text{vs.} \\
 a_{\text{exper.}} = 0.00115965218073 (28) \quad \leftarrow \text{incertidumbre experimental} \\
 \begin{array}{cccc}
 \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
 1947 & 1963 & 1987 & 2008
 \end{array}
 \end{array}$$

[ver teo. {Aoyama, Kinoshita, Nio}, 1712.06060; exp. {Hanneke, Fogwell Hoogerheide, Gabrielse}], 1009.4831]

¡El acuerdo que es análogo a predecir el diámetro de la Tierra (~10,000 km) con un error no mayor al grosor de un cabello humano (~0.1 milímetros)!

23:03/05/23 26:19/10/17 7 17/10

11. El Grupo de Renormalización

Entendamos ya muy bien lo que significa renormalizar: conectar a los parámetros abstractos que definen a una teoría cuántica de campos con cantidades experimentalmente medibles. Al analizar esta conexión, nos hemos topado con varias distintas escalas energéticas:

- El corte UV, Λ , que se utiliza para poder definir de manera explícita a la teoría (regularizando) a distancias muy pequeñas \rightarrow ya sea porque literalmente creamos que hay un corte físico, o porque necesitamos un corte ficticio en pasos intermedios.
- La escala "experimental" a la cual deseamos examinar un correlador o amplitud dada, p.ej. p^2 en una función de 2 puntos G_2 o Γ_2 , o s, t, u en una amplitud de 4 puntos iM_4 .
- La escala de renormalización μ , a la cual definiremos nuestros parámetros renormalizados. P.ej. en φ^4 podemos definir λ a partir de Γ_4 ($\leftrightarrow iM_4$) con $s, t, u \sim \mu^2$, o en QED, podemos definir e a partir de Γ^m con $p, p' \sim \mu$.
 \leftarrow no solo en regularización dimensional

- Las escalas físicas intrínsecas de la teoría, como p.ej. una masa física (\leftrightarrow ubicación de polo en correlador) m_{fis} , o la escala a la cual algún acoplamiento se vuelve de orden 2 (como Λ_{QCD} en el caso de la fuerza fuerte, o M_{Planck} en el caso de la gravedad), ideas que entenderemos más adelante.

Lo que hemos hecho hasta ahora es considerar $\Lambda \gg p, \mu, m_{\text{fis}}$, etc.

y definir la teoría con parámetros desnudos $\lambda_0(\Lambda), m_0(\Lambda), \dots$ con dependencia de Λ elegida con cuidado para que las predicciones físicas (y en particular, los parámetros renormalizados λ, m) NO dependan de Λ . Gracias a esto podemos incluso tomar $\Lambda \rightarrow \infty$.

Por otra parte, en los cálculos concretos hemos decidido hasta ahora utilizar el esquema (o prescripción, o condiciones) de renormalización en la capa de masa (OS), es decir, identificamos la escala de renormalización $\mu = m_{\text{fis}}$. Es por esto que en nuestros resultados finales no vemos una dependencia explícita de μ . Bajo estas convenciones, la única energía variable que queda en nuestros resultados es la escala "experimental" p , y ciertamente nos interesa mucho saber cómo es que los

Curiosamente, la "correspondencia holográfica" afirma esencialmente que $RG = GR$

predicciones de la teoría dependen de p .

Significa usualmente de relatividad general

El tema de este capítulo, el "grupo de renormalización" (GR , o RG , por sus siglas en inglés), se refiere precisamente a esta pregunta: en esencia, buscamos entender cómo evoluciona o "fluye" la teoría (es decir, cómo va cambiando de aspecto) conforme la examinamos a distintas escalas "experimentales" p .

Para responder esta pregunta, encontraremos que es muy útil aprovechar alguna de las 2 libertades básicas que existen en nuestro análisis; pero que hasta ahora no hemos empleado:

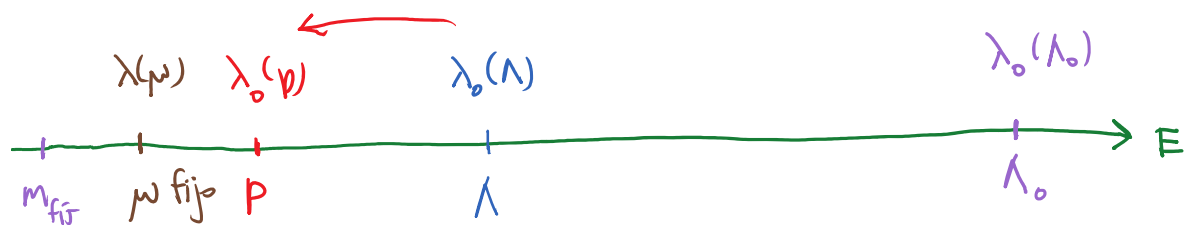
- 1) Por un lado, podemos salirnos del esquema OS, definiendo nuestros parámetros renormalizados a una escala arbitraria $\mu \neq m_{\text{fir}}$, y estudiar cómo es que $\lambda(\mu)$, $m(\mu)$, etc. deben depender de μ para que en nuestra teoría dada (con Λ , $\lambda_0(\Lambda)$, $m_0(\Lambda)$, etc. fijos) las predicciones físicas NO cambien. Este enfoque se conoce como el grupo de renormalización de Gell-Mann-Low (1954), o de Callan-Symanzik (1970). En este caso, donde la escala de renormalización μ se toma como una "escala deslizable" (en inglés, "sliding scale"), veremos que la descripción más

útil se obtiene cuando tomamos $\mu \sim p$. Esquemáticamente:



Trabajando con $\lambda(p)$ tendremos, por definición, el resultado (p.ej., iM_4) a la escala "experimental" que nos interesa.

2) Por otro lado, podemos reducir progresivamente el corte Λ (con μ fija en algún valor), y estudiar la dependencia de Λ que deben tener $\lambda_0(\Lambda)$, $m_0(\Lambda)$, etc. para que las predicciones físicas no cambien. (Por supuesto, si no mantenemos $\Lambda \gg p, \mu, m_{\text{fij}}$ entonces perderemos algunas de las simplificaciones que hicimos antes.) Este enfoque se conoce como el grupo de renormalización de Wilson (1971). En este caso, donde Λ se toma como un "corte flotante", veremos que la descripción más útil se obtiene cuando tomamos $\Lambda \sim p$. Esquemáticamente:



Trabajando con $\lambda_0(p)$, por definición, los Λ no pueden dar correcciones

grandes (porque se truncan en $\Lambda \sim p$), así que tenemos fácilmente el resultado que nos interesa.

Moralmente, $\chi(\mu \sim p) \sim \chi_0(\Lambda \sim p)$, así que ambos enfoques capturan básicamente la misma información, aunque, como veremos, hay algunas diferencias en detalle.

El nombre "grupo de renormalización" (debe a Stueckelberg y Petermann, 1953) es desafortunado. Ciertamente tiene que ver con la renormalización, pero NO es útil pensar en alguna conexión con teoría de grupos. Ya hicimos brevemente referencia arriba a la idea de que la teoría "fluye" (cambia de aspecto) cuando la examinamos a diferentes escalas. Esto nos llevará al concepto de "flujo del grupo de renormalización", y un mejor nombre para todo el tema sería simplemente el "flujo de renormalización".

Para empezar a entender estas ideas de manera más concreta, consideremos primero el ejemplo más sencillo de todo: una teoría de un campo escalar real y libre (Klein-Gordon) en d dimensiones (con d entero, al menos por ahora),

$$S = \int d^d x \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 \right).$$

Esta teoría es obviamente soluble: los correladores exactos son (p. 401)

$$G_N(x_1, \dots, x_N) = \begin{cases} 0 & \text{si } N \text{ es impar} \\ G_2(x_1, x_2) G_2(x_3, x_4) \dots G_2(x_{N-1}, x_N) + \text{permutaciones} & \text{si } N \text{ es par,} \end{cases}$$

con (pp. 198, 395)

$$G_2(x, y) \equiv \langle 0 | T \{ \hat{\varphi}(x) \hat{\varphi}(y) \} | 0 \rangle = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} e^{-ip \cdot (x-y)} \underbrace{\frac{i}{p^2 - m^2}}_{\tilde{G}_2(p)} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{+ie implícito} \\ \cdot \end{array}$$

$$\tilde{G}_2(p) = \langle 0 | \hat{\varphi}(p) \hat{\varphi}(-p) | 0 \rangle$$

No nos hace falta que ningún corte, así que mantenemos $\Lambda \rightarrow \infty$.
Tampoco necesitamos pensar en renormalizar, porque de la forma exacta de $\tilde{G}_2(p)$ vemos directamente que $m_{\text{fís}} = m = m_0$ y $\varphi = \varphi_0$ ($Z=1$).

Y aún así, el flujo de renormalización para esta teoría NO es completamente trivial, porque $\tilde{G}_2(p)$ SÍ cambia de aspecto para diferentes valores de la escala "experimental" p :

$$\tilde{G}_2(p) = \frac{i}{p^2 - m_{\text{fís}}^2} \begin{cases} \xrightarrow{p \gg m_{\text{fís}}^{-1}} \frac{i}{p^2} \equiv \tilde{G}_2^{\text{UV}}(p) \leftrightarrow G_2(x, y) \xrightarrow{|x-y| \ll m_{\text{fís}}^{-1}} G_2^{\text{UV}}(x, y) \propto \frac{1}{|x-y|^{d-2}} \\ \xrightarrow{p \ll m_{\text{fís}}^{-1}} \frac{-i}{m^2} \equiv \tilde{G}_2^{\text{IR}}(p) \leftrightarrow G_2(x, y) \xrightarrow{|x-y| \gg m_{\text{fís}}^{-1}} G_2^{\text{IR}}(x, y) \propto \delta^{(d)}(x-y) \end{cases}$$

Podemos notar que $G_2^{uv}(x,y)$ no es otra cosa más que el propagador de la teoría libre no masiva, así que

$$S \xrightarrow[\text{ó } |x-y| \ll m_{\text{fis}}^{-1}]{p \gg m_{\text{fis}}} S_{uv} \equiv \int d^d x \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi.$$

A diferencia de S , S_{uv} es invariante bajo reescalamiento (Tarea 3):

bajo $x^\mu \rightarrow x'^\mu = s x^\mu$ y $\varphi(x) \rightarrow \varphi'(x') = s^{-D_\varphi} \varphi(x)$, con $D_\varphi \equiv \frac{d}{2} + \overset{0}{\cancel{\frac{1}{2}}}$ - 1

la dimensión de φ (p. 709), $S_{uv} \rightarrow S'_{uv} = \int d^d x s^{d-2} \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi s^{-2(\frac{d}{2}-1)} = S_{uv}$.

$G_2^{uv}(x,x')$ sí cambia bajo este reescalamiento, pero (al tratarse de una simétrica) solo lo hace por la potencia que es consecuencia de la dimensión del campo:

$$G_2^{uv}(x,y) \rightarrow G_2'^{uv}(x',y') \propto \frac{1}{|x'-y'|^{d-2}} = \frac{1}{s^{d-2} |x-y|^{d-2}} \propto s^{-2D_\varphi} G_2^{uv}(x,y)$$

En otras palabras, el que los correladores en S_{uv} sigan una ley de potencia se debe (por análisis dimensional) a la invariancia de S_{uv} bajo reescalamiento.

$G_2^{\text{In}}(x,y)$, por su parte, proviene de

$$S \xrightarrow[\text{ó } |x-y| \gg m_{\text{fis}}^{-1}]{p \ll m_{\text{fis}}} S_{\text{In}} = - \int d^d x \frac{1}{2} m^2 \varphi^2.$$

Esta teoría también preserva su forma bajo reescalamiento (los correladores nuevamente obedecen "leyes de potencia", ahora con $D_\varphi = d/2$); pero

tiene la peculiaridad de que, en ella, **el campo no se propaga**: en ausencia del término cinético, el valor de φ en cada punto x está incomunicado incluso de sus vecinos inmediatos (decimos que es "ultralocal"), y **el campo no puede sustentar ondas**. Vemos esto en la forma del propagador, $\langle 0 | \varphi(x) \varphi(y) | 0 \rangle \propto \delta^{(d)}(x-y)$ (no hay correcciones si $x \neq y$), o más directamente, en la ecuación de movimiento, $\hat{\varphi}(x) = 0$.

En la teoría original S , si consideramos amplitudes de dispersión (en la capa de masa) en lugar de correladores (fuera de la capa de masa), **NO** encontraremos excitación alguna del campo por escalas de energía $p < m_{\text{fís}}$.

Decimos que S es una teoría con una **brecha de masa** (en inglés, "mass gap") $M = m_{\text{fís}}$, o más brevemente, una teoría **brechada** ("gapped"), sin excitaciones físicas a energías arbitrariamente bajas. Y al carecer por completo S_{In} de grados de libertad que se propaguen, nos referimos a ella como una **teoría vacía, trivial o nula**.

Ya que hemos entendido de manera explícita la dependencia de escala en nuestra teoría, podemos notar que (aún cuando en esta teoría tan sencilla no lo necesitáramos) es posible elegir una escala de

renormalización arbitraria μ , y aprovecharla para definir un acoplamiento de masa dimensional

$$g(\mu) \equiv \frac{m_{\text{Fro}}}{\mu}$$

En términos de g , tenemos $S = \int d^2x \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} g^2 \mu^2 \varphi^2 \right)$ y

$$\tilde{G}_2(p; \nu, \mu) = \frac{i}{p^2 - g^2 \mu^2}$$

Esto no parece particularmente útil por sí solo, pero si ahora elegimos $\mu \sim p$, vemos que la información que nos interesa respecto al comportamiento de la teoría S a diferentes escalas está completamente contenida en el valor de $g = \frac{m_{\text{Fro}}}{\mu} \sim \frac{m_{\text{Fro}}}{p}$: S_{UV} corresponde a $g=0$, S_{IR} a $g=\infty$, y conforme vamos de altas a bajas energías la teoría S está caracterizada por valores intermedios y cada vez mayores de g .

Podemos representar esto en un diagrama sencillo:



que constituye nuestro primer ejemplo de un flujo del grupo de renormalización.

Por convención, las flechas en este tipo de diagramas se dibujan en la dirección de μ decreciente, porque la teoría se define a altas energías y después exploramos su aspecto a energías cada vez más bajas.

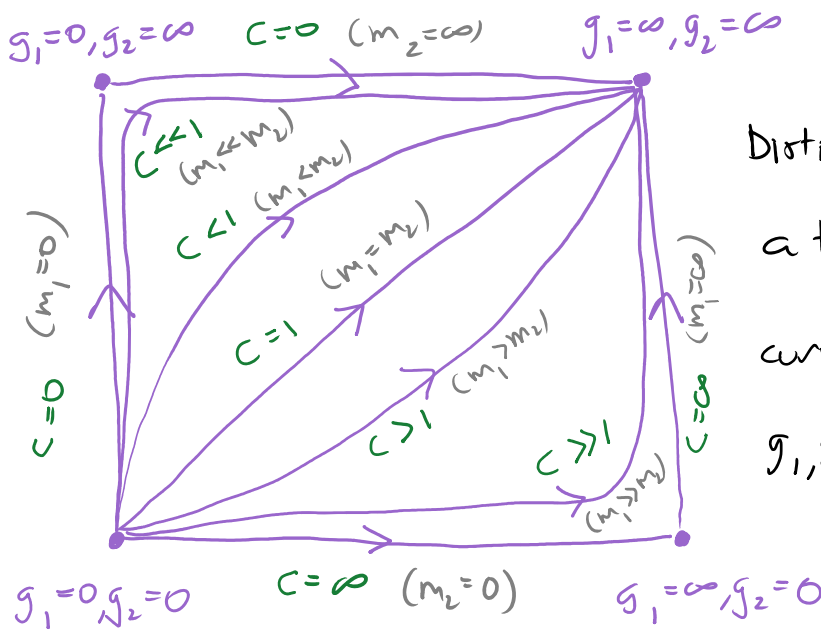
Obviamente tendríamos un flujo básicamente idéntico en cualquier teoría de un solo campo masivo (p.ej., un fermión) libre. Podemos obtener una situación un poco más interesante si consideramos una teoría libre con más de un campo, p.ej.

$$S = \int d^d x (i\bar{\Psi}_1 \not{\partial} \Psi_1 - m_1 \bar{\Psi}_1 \Psi_1 + i\bar{\Psi}_2 \not{\partial} \Psi_2 - m_2 \bar{\Psi}_2 \Psi_2)$$

Además de definir como antes a los acoplamientos de masa d -dimensionales $g_1 \equiv \frac{m_1}{\Lambda}$, $g_2 \equiv \frac{m_2}{\Lambda}$, ahora podemos formar el cociente $c \equiv \frac{m_1}{m_2}$, que es invariante de escala, y parametriza entonces los distintos flujos de renormalización que tenemos en esta teoría, donde existen ahora 4 distintas teorías invariantes bajo reescalamientos:

- $g_1=0, g_2=0$ $S_{0,0} \equiv \int d^d x (i\bar{\Psi}_1 \not{\partial} \Psi_1 + i\bar{\Psi}_2 \not{\partial} \Psi_2)$ $2 \cdot 2^{\lfloor d/2 \rfloor}$ g.d.l. p. 27 ^{grados de libertad} ↓
- $g_1=0, g_2=\infty$ $S_{0,\infty} = \int d^d x (i\bar{\Psi}_1 \not{\partial} \Psi_1 - m_2 \bar{\Psi}_2 \Psi_2)$ $2^{\lfloor d/2 \rfloor}$ g.d.l.
- $g_1=\infty, g_2=0$ $S_{\infty,0} = \int d^d x (i\bar{\Psi}_2 \not{\partial} \Psi_2 - m_1 \bar{\Psi}_1 \Psi_1)$ $2^{\lfloor d/2 \rfloor}$ g.d.l.
- $g_1=\infty, g_2=\infty$ $S_{\infty,\infty} = 0$ $(-m_1 \bar{\Psi}_1 \Psi_1 - m_2 \bar{\Psi}_2 \Psi_2)$ 0 g.d.l.

Los flujos entre estas teorías invariantes de escala pueden resumirse en el siguiente diagrama (reescalado para que $g_{1,2} = \infty$ quede a una distancia finita):



$$c \equiv \frac{m_1}{m_2} = \frac{g_1}{g_2}$$

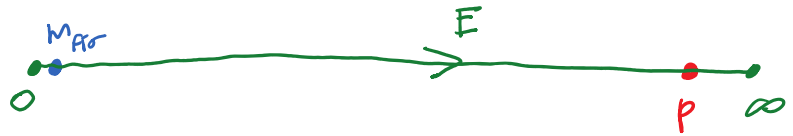
Distintos valores de c corresponden a teorías distintas S_c . Las curvas indican cómo cambian g_1, g_2 para cada c dada; pero no cuán rápido lo hacen.

↑ en respecto a μ

Podemos notar peej. que, además del flujo en $c = \infty$ ($m_2 = 0$) que termina en $S_{\infty,0}$ cuando $\mu \rightarrow \infty$, tenemos flujos en $c \gg 1$ ($m_1 \gg m_2$) que pasan arbitrariamente cerca de $S_{\infty,0}$ y se mantienen ahí en un rango arbitrariamente grande de energías $m_2 \ll \mu \ll m_1 = c m_2$. El tamaño de este intervalo no resulta obvio del diagrama; hay que tener presente por separado que el flujo se alenta (lentifica) drásticamente cuando pasamos cerca de una teoría invariante de escala (= punto en diagrama).

[24 = 08/05/23]

En una teoría cuántica arbitraria que esté bien definida para energías arbitrariamente grandes (es decir, donde podemos tomar $\Lambda \rightarrow \infty$), al considerar energías "experimentales" muy muy



mayores que cualquier escala intrínseca de la teoría ($p \gg m_{\text{fir}}$, etc.), naturalmente esperamos acercarnos nuevamente a una teoría invariante bajo reescalamiento (porque $\frac{m_{\text{fir}}}{p}$, etc. ~ 0 , y no queda ya ninguna escala fija contra la cual podamos notar cambios), que en general pueden ser interactuante.

En sentido inverso, si examinamos la teoría a energía arbitrariamente bajas ($p \ll m_{\text{fir}}$, etc.), puede ocurrir una de 2 cosas. Si existe una brecha de masa M , entonces cuando $p < M$ la teoría se vuelve vacía.

De otro modo, siguen existiendo excitaciones aún cuando $p \sim 0$, y esperamos obtener entonces otra vez una teoría invariante bajo reescalamiento (porque $\frac{m_{\text{fir}}}{p}$, etc. $\sim \infty$ y no queda ya ninguna escala fija contra la cual podamos notar cambios).



20:11/04/19 (-10 min)

Vemos entonces que las teorías invariantes de escala juegan un papel especial, que se volverá más importante cuando profundicemos más.

En teorías de campo relativistas (invariantes bajo Poincaré) y unitarias, la invariancia bajo reescalamiento o "dilataciones" $x^\mu \rightarrow s x^\mu$ resulta ir de la mano de la invariancia bajo las "transformaciones conformes especiales" $x^\mu \rightarrow \frac{x^\mu + x^2 b^\mu}{1 + 2b \cdot x + x^2 b^2}$ $\leftarrow b^\mu$ parámetro arbitrario [ver p.ej. Nakayama, 1302.0884

y Tymoczko et al., 1402.6322]. La combinación de Poincaré + dilataciones + espejidos da como resultado el llamado grupo conforme (\leftrightarrow reescalamentar local de la métrica \leftrightarrow preservan ángulos). Sus generadores satisfacen las relaciones de conmutación

$$\left. \begin{aligned} [J_{\mu\nu}, J_{\lambda\rho}] &= -i (\eta_{\mu\lambda} J_{\nu\rho} + \eta_{\nu\rho} J_{\mu\lambda} - \eta_{\mu\rho} J_{\nu\lambda} - \eta_{\nu\lambda} J_{\mu\rho}) \\ [P_\mu, P_\nu] &= 0 \\ [J_{\mu\nu}, P_\rho] &= -i (\eta_{\mu\rho} P_\nu - \eta_{\nu\rho} P_\mu) \end{aligned} \right\} \text{Poincaré (pp. 43, 48)}$$

$$[D, P_\mu] = -i P_\mu, \quad [D, J_{\mu\nu}] = 0,$$

\swarrow P_μ tiene dimensión 1 \swarrow $J_{\mu\nu}$ tiene dimensión 0

\uparrow generador de dilataciones (reescalamentador)

$$[K_\mu, K_\nu] = 0$$

\leftarrow generadores de transformaciones conformes espejidos

$$[J_{\mu\nu}, K_\lambda] = -i (\eta_{\mu\lambda} K_\nu - \eta_{\nu\lambda} K_\mu)$$

\leftarrow K_μ transforma como vector bajo Lorentz)

$$[P_\mu, K_\nu] = 2i J_{\mu\nu} - 2i \eta_{\mu\nu} D$$

$$[D, K_\mu] = i K_\mu$$

\uparrow K_μ tiene dimensión -1

Bajo las identificaciones

$$\begin{aligned}
 J_{\mu\nu} &\equiv J_{\mu\nu}^{\leftarrow \text{corren de } 0 \text{ a } d-1}, & J_{\mu d} &\equiv \frac{1}{2}(K_{\mu} - P_{\mu}), \\
 J_{d-1} &\equiv D, & J_{\mu-1} &= \frac{1}{2}(K_{\mu} + P_{\mu}),
 \end{aligned}$$

es fácil verificar que los J_{MN} (con $M, N = -1, 0, 1, 2, \dots, d$) satisfacen relaciones de conmutación idénticas a las de los $J_{\mu\nu}$ pero con $\eta_{\mu\nu} \rightarrow \eta_{MN} = \text{diag}(-1, -1, 1, 1, \dots, 1)$.

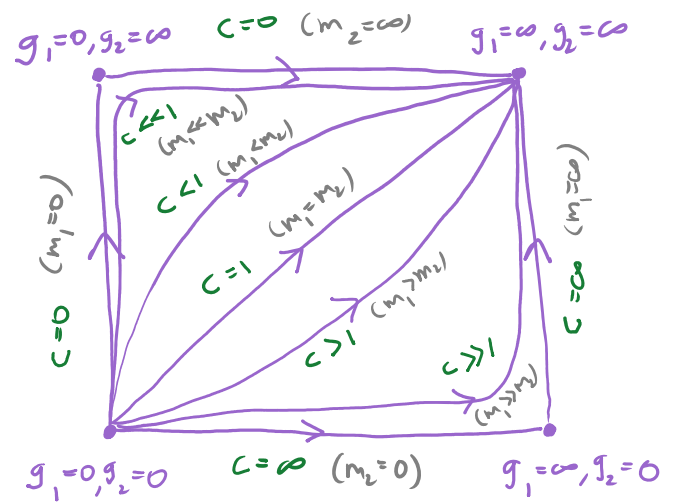
En otros palabras, (la parte anexa de) el grupo conforme en d dimensiones es isomorfo al grupo $SO(d, 2)$ (cf. Lorentz $SO(d-1, 1)$). Las teorías que tienen como simetría espacio-temporal al grupo conforme se conocen como teorías de campo conformes, o teorías conformes, o CFTs, por sus siglas en inglés.

Las teorías que encontramos en el UV extremo o el IR extremo de cualquier teoría de campos son entonces teorías conformes (CFTs), aunque en este curso nos bastará con saber que son invariantes de escala. Dado que estas teorías NO cambian cuando las escribamos a diferentes energías, se les conoce también como puntos fijos del grupo de renormalización, o puntos críticos, o teorías críticas.

Dependiendo de si representen el límite de energías ultra-altas o ultra-bajas, hablamos de un punto fijo UV o un punto fijo IR, respectivamente.

$$L_{17} = 24/10/17$$

El único ejemplo concreto que hemos visto hasta ahora de un punto fijo \leftrightarrow teoría invariante de escala \leftrightarrow teoría conforme es el caso de una teoría libre no masiva, que se conoce como un punto fijo gaussiano, o trivial, o libre. En un diagrama de flujo del RG, si nos colocamos exactamente en un punto fijo, por definición no salimos de ahí cuando μ cambia. Las curvas reflejan lo que ocurre si nos colocamos fuera de un punto fijo (ya sea por muy poco o por mucho), y dejamos que μ decrezca. Hasta ahora, los únicos ejemplos que hemos visto de flujo de renormalización involucran términos de masa, asociados a acoplamientos cuya dependencia de la escala podemos conocer de manera exacta (gracias a que la teoría



sigue siendo libre): $g(\mu) = \frac{m}{\mu}$ crece linealmente bajo el flujo de renormalización (es decir, yendo hacia el IR). Esto claramente es consecuencia directa del hecho de que m tiene dimensión 1.

Cuando consideramos teorías de campo más generales, con campos ϕ_c y acoplamientos λ_i , sabemos de la p. 709 que la dimensión de cada campo está dada por $D_c \equiv \frac{d}{2} + s_c - 1$, y la de cada acoplamiento, por $D_i \equiv d - \partial_i - \sum_c n_{ic} D_c$.

número de derivadas en el vértice \uparrow

número de pines de cada tipo de campo que figura en el vértice

Podemos entonces definir los

correspondientes acoplamientos adimensionales

$$g_i(\mu) \equiv \frac{\lambda_i}{\mu^{D_i}}$$

Con esto, cada teoría dada estará de nuevo

descrita como un flujo de renormalización, parametrizado por acoplamientos que tienen el siguiente comportamiento:

- Si $D_i > 0$, es decir, si el acoplamiento (y la interacción) es súper-renormalizable (ver pp. 720-721), entonces g_i crece con el flujo de renormalización (μ decreciente). Este tipo de acoplamientos (tal como el acoplamiento de masa $g = m/\mu$) se

vuelven entonces más y más importantes a bajas energías, y por esta razón, se conocen como acoplamiento/interacciones relevantes.

$$g_i(\mu) \equiv \frac{\lambda_i}{\mu^{D_i}}$$

- Si $D_i < 0$, es decir, si el acoplamiento/interacción es no renormalizable (pp. 712-713), entonces g_i decrece con el flujo de renormalización (hacia el IR). Este tipo de interacciones se vuelven entonces menos y menos importantes a bajas energías, y por esta razón, se conocen como acoplamiento/interacciones irrelevantes. A veces queremos considerar el comportamiento en la dirección opuesta, yendo hacia altas energías, y decimos entonces que las interacciones no renormalizables son irrelevantes en el IR y relevantes en el UV (en inglés, "UV relevant"); mientras que las interacciones súper-renormalizables son relevantes en el IR e irrelevantes en el UV (en inglés, "UV irrelevant").

- Si $D_i = 0$, es decir, si el acoplamiento/interacción es estrictamente renormalizable (p. 721), entonces g_i no cambia con el flujo de renormalización. En este caso, intermedio entre

los 2 anteriores, decimos que los acoplamiento/interacciones son marginales.

Un punto muy importante es que, tal como nuestra clasificación de los acoplamiento como super-renormalizable, no renormalizable o estrictamente renormalizable a partir de solo análisis dimensional era apenas una primera aproximación ("primitiva", "superficial", o "por cortes de potencias") dentro de la expansión perturbativa, y puede sufrir cambios al tomar en cuenta correcciones cuánticas, la categorización de un acoplamiento/interacción como relevante, irrelevante o marginal basada únicamente en análisis dimensional es solo una primera aproximación, válida a nivel árbol (nivel clásico) en la expansión perturbativa en torno a un punto fijo ^{teoría libre} gaussiano, y puede sufrir cambios al tomar en cuenta lazos (correcciones cuánticas).

Los efectos de los lazos son en general más inmediatos y notorios para los acoplamiento marginal, que en ausencia de correcciones serían absolutamente constantes. Con correcciones, ellos pueden:

- Pasar a ser lentamente crecientes, en cuyo caso decimos que el acoplamiento/interacción es marginamente relevante ("marginally relevant").
- Pasar a ser lentamente decrecientes, en cuyo caso hablamos de un acoplamiento/interacción marginamente irrelevante.
- Mantenerse constantes, en cuyo caso nos referimos al acoplamiento/interacción como exactamente o verdaderamente marginal.

(Existen posibilidades más dramáticas. P.ej, un acoplamiento inicialmente irrelevante que se vuelve relevante se llama "peligrosamente relevante".)

Para empezar a entender las correcciones cuánticas de manera más concreta, pensemos en alguna amplitud $\Gamma(p, c, g, m_{\text{frr}})$, donde indicamos la dependencia de una escala "experimental" global p , posibles ángulos o cocientes de energías denotados colectivamente como c , acoplamientos adimensionales g , y las masas físicas (u otras escalas intrínsecas) m_{frr} . (Por ahora, seguiremos restringiéndonos al caso con $\Lambda \rightarrow \infty$.) Si Γ tiene dimensión D , entonces por análisis dimensional podemos reescribir

$$\Gamma(p, c, g, m_{\text{frr}}) = p^D \Gamma(1, c, g, \frac{m_{\text{frr}}}{p}).$$

Esperaríamos entonces que en el límite de ultra-alta energía $p \rightarrow \infty$